PN-ABJ-186
73426

Agosto 1973
parish

BOLETIN TECNICO NO. 7

MODELOS DISCONTINUOS PARA UNA RAPIDA CORRELACION, INTERPRETACION Y UTILIZACION DE LOS DATOS DE ANALISIS DE SUELOS Y LAS RESPUESTAS A LOS FERTILIZANTES

INTERNATIONAL
SOIL
FERTILITY
Evaluation & Improvement
PROGRAM

Los Autores

El Dr. D. L. Waugh es Profesor Asociado Visitante de la Universidad del Estado de Carolina del Norte y Asesor Regional del Proyecto Internacional de Evaluación y Mejoramiento de la Fertilidad del Suelo.

El Dr. R. B. Cate, Jr. es Profesor Asociado Visitante de la Universidad del Estado de Carolina del Norte y Director Regional del Proyecto Internacional de Evaluación y Mejoramiento de la Fertilidad del Suelo.

El Dr. L. A. Nelson es Profesor del Departamento de Estadística de la Universidad del Estado de Carolina del Norte y Asesor de la parte estadística del Proyecto Internacional de Evaluación y Mejoramiento de la Fertilidad del Suelo.

* * * *

Los autores quieren agradecer a los demás miembros del personal de investigación del Proyecto Internacional de Evaluación y Mejoramiento de la Fertilidad del Suelo por el interés mostrado en estos conceptos, asi como por las sugerencias hechas para lograr que estos conceptos sean más viables. Especial reconocimiento se le hace a la Sra. O. Isabel de Mendoza por su ayuda invalorable al editar el material correspondiente asi como por su labor artística.

* * * *

Este trabajo ha sido aprobado para su publicación como Boletín Técnico No. 7 de las series del Proyecto Internacional de Evaluación y Mejoramiento de la Fertilidad del Suelo del Departamento de Suelos, por la Estación Experimental Agrícola de la Universidad del Estado de Carolina del Norte y por la Agencia para el Desarrollo Internacional, Departamento de Estado, Washington, D.C.

MODELOS DISCONTINUOS PARA UNA RAPIDA CORRELACION, INTERPRETACION Y UTILIZACION DE LOS DATOS DE ANALISIS DE SUELOS Y LAS RESPUESTAS A LOS FERTILIZANTES

por

Donovan L. Waugh
Robert B. Cate, Jr.
Larry A. Nelson

Traducido al español por: Sra. O. Isabel de Mendoza
Revisión técnica por: Dr. D. L. Waugh

NOTA A ESTA EDICION:

Esta obra es traducción de "Discontinuous Models For Rapid Correlation, Interpretation, and Utilization of Soil Analysis and Fertilizer Response Data" editado originalmente en inglés.

CONTRACT AID la-646
NORTH CAROLINA STATE UNIVERSITY
AT RALEIGH

AGRADECIMIENTO

Este boletín combina datos originales de investigación relacionados con la evaluación de la fertilidad de los suelos y el desarrollo de nuevos conceptos utilizados para manejar dichos datos. Las ilustraciones usadas para demostrar el uso de estos conceptos están basadas en datos de investigación obtenidos en Bolivia durante los años en que el autor principal trabajó como colaborador de los ensayos de campo siendo entonces Director Regional del Proyecto Internacional de Evaluación y Mejoramiento de la Fertilidad del Suelo en dicho país. Todos los ensayos de campo fueron obtenidos cooperativamente y se expresa un agradecimiento especial al personal del Departamento de Suelos, a las Estaciones Experimentales Agrícolas, al Servicio de Extensión, y a los diversos líderes nacionales, regionales y locales del Ministerio de Agricultura de Bolivia por el espíritu cooperativo, la dedicación profesional y el trabajo arduo puesto por todos ellos. Fue con la ayuda de ellos, asi como con la colaboración de la División de Desarrollo Rural de la Agencia para el Desarrollo Internacional de los E.E.U.U. (USAID) de Bolivia, la Misión de la Universidad del Estado de Utah, y la Misión Británica de Agricultura Tropical que se obtuvo los datos de investigación. Fuera de los datos originales, los conceptos y el uso de los modelos discontinuos para la correlación e interpretación son mayormente responsabilidad de los autores.

CONTENIDO

Página

LISTA DE TABLAS vi

LISTA DE FIGURAS viii

INTRODUCCION 1

I. MODELOS USADOS PARA ESTUDIAR LA RESPUESTA A LOS FERTILIZANTES 4

Dificultades con el Modelo Tradicional de la Respuesta a los Fertilizantes 5

Información Disponible Insuficiente para Aplicar Correctamente el Modelo de la Respuesta a los Fertilizantes 6

Sesgamiento (Inclinación Viciada) del Modelo de Interpretación 6

Variabilidad en el Rendimiento Cuando se Aplican Dosis Elevadas de Nutrientes 7

Dificultad en el Uso Práctico de los Modelos Complejos de Respuesta si no se Encuentran a Disposición Computadoras 8

Modelos Alternativos para ser Usados en la Interpretación de los Datos de la Respuesta a los Fertilizantes . . . 9

El Desarrollo y Uso del Modelo Discontinuo de Respuesta Lineal y del Rendimiento Máximo Estable 11

II. EL RENDIMIENTO, LOS LIMITES DE LA RESPUESTA DEL RENDIMIENTO, Y EL RENDIMIENTO RELATIVO 12

Rendimiento 12

Los Límites de la Respuesta del Rendimiento a los Nutrientes Aplicados 14

Rendimiento con el Nutriente al Mínimo 15

Rendimiento Máximo Estable 17

El Concepto sobre el Rendimiento Relativo 18

CONTENIDO (Continúa)

Página

III. CORRELACION DEL ANALISIS DEL SUELO CON LA RESPUESTA AL FERTILIZANTE 21

El Nivel Crítico de Cate-Nelson 23

Procedimiento Gráfico 23
Procedimiento Matemático para las Correlaciones (Modelo Discontinuo de dos Medias) 30

IV. INTERPRETACION DE LOS DATOS DE LA RESPUESTA 38

El Propósito de la Interpretación de la Respuesta al Fertilizante 38

Estudios de Interpretación Usándose Datos de Bolivia . . 39

Interpretación de la Respuesta al Fertilizante en Localidades Individuales 40

Interpretación de la Respuesta al Fertilizante para un Conjunto de Localidades 44

Interpretación Gráfica de los Datos de la Respuesta . . 45

Organizar los Datos de la Respuesta a un Nutriente Individual 46
Establecer la Significancia Estadística del Rendimiento entre los Niveles de los tratamientos . . 48
Establecer el Rendimiento Máximo Estable 49
Establecer el Punto de Inflexión del Rendimiento. . 52

Interpretación Matemática de la Respuesta a Fertilizantes Usando el Modelo Discontinuo Rectilíneo 53

Experimentos de Nutrientes Individuales 54
Experimentos de Múltiples Nutrientes 54

Diseños Experimentales e Interpretación de la Respuesta al Fertilizante 56

Interacción entre Nutrientes y la Respuesta a un Nutriente Individual 60

CONTENIDO (Continúa)

Página

V. PREPARACION DE RECOMENDACIONES DE FERTILIZANTES SOBRE BASES ECONOMICAS SOLIDAS 62

Opciones de Nutrientes Individuales o Múltiples al Hacerse las Recomendaciones 64

Interpretación Económica de las Opciones de las Recomendaciones 69

Porcentaje de Aumento en el Costo Vs. el Porcentaje de Aumento en el Rendimiento 70

Valor Adicional del Cultivo y el Costo Adicional del Fertilizante 73

LITERATURA 77

APENDICE 79

LISTA DE TABLAS

Texto

Página

1. PASO 1, Correlación.
   Compilación de valores de P y de rendimientos. Datos de papa, Bolivia. 31

2. PASO 2, Correlación.
   Cálculo del coeficiente de determinación (R^2) y del nivel crítico para la mejor división de dos poblaciones usándose el modelo discontinuo de dos medias: datos de papa, Bolivia. 34

3. Sumario de los tratamientos incluídos en las medias de los rendimientos de los nutrientes individuales para cada categoría de suelo-cultivo considerándose cinco niveles (0-4) de aplicación de N, P, y K 41

4. PASO 4, Interpretación.
   Cálculo de la media del rendimiento de cada nivel del nutriente para cada categoría de suelo-cultivo 47

5. PASO 6, Evaluación económica de las recomendaciones de fertilizantes.
   Cálculos de los aumentos del porcentaje en el rendimiento y costo, y el cambio en elección de recomendación de fertilizantes 72

6. PASO 6-a.
   Evaluación económica de las recomendaciones de los fertilizantes mediante la comparación del costo añadido y el valor añadido del cultivo 74

Apéndice

A. Coeficientes de determinación de varios modelos ajustados a datos de correlación de varios países 80

B. Resumen de los tratamientos y rendimientos promedios de cada categoría de suelo-cultivo de los ensayos de campo llevados a cabo en Bolivia 81

C. Coeficientes de determinación (R^2) del análisis de regresión para el ajuste de los datos de la respuesta a los fertilizantes a cuatro modelos usándose localidades individuales. (Ensayos de papa y trigo en el campo-Bolivia) 82

LISTA DE TABLAS (Continúa)

Página

D. Coeficientes de determinación (R^2) del análisis de regresión para el ajuste de los datos de la respuesta a los fertilizantes a cuatro modelos usándose localidades combinadas de categorías de suelo-cultivo. (Ensayos de campo, papa y trigo, Bolivia). 83

E. Diferencias Límites Significativas para comparar por parejas las medias de los nutrientes individuales y el procedimiento para calcular las mismas 84

F. Ejemplo del uso de las sumas de cuadrados de las desviaciones. Comparación de los modelos 1-a, 2 y 3. 87

LISTA DE FIGURAS

Texto

Página

1. La función de la respuesta por el modelo discontinuo rectilíneo teniendo como base la Ley del Mínimo de Liebig 10

2. Formato de plástico transparente que se utiliza sobrepuesto para obtenerse los valores críticos de los análisis del suelo 24

3. Fósforo del suelo extraído con $NaHCO_3$ 0,5 M (1/10) en relación al rendimiento relativo de papas en experimentos de campo. (Datos experimentales obtenidos por el Programa Nacional de Papa del Perú en colaboración con el Proy. Int. de Evaluación y Mejoramiento de la Fertilidad del Suelo, Reporte Anual de ISFEI, 1968 26

4. Fósforo del suelo extraído con $NaHCO_3$ 0,5 M (1/10) en relación al rendimiento relativo de trigo y papa. (Datos tomados de ensayos experimentales conducidos por el Ministerio de Agricultura de Bolivia en colaboración con el Proy. Int. de Evaluación y Mejoramiento de la Fertilidad del Suelo). 27

5. PASO 3.
Correlación y determinación de las categorías de suelo-cultivo mediante la preparación de un diagrama de dispersión (rendimiento relativo vs. el P del suelo), y la representación gráfica del coeficiente de determinación (R^2) para el modelo discontinuo de dos medias: datos de papa, Bolivia. 35

6. Relación entre el rendimiento absoluto y el P del suelo. Datos de papa, Bolivia. (Nótese la correlación limitada que existe entre el rendimiento absoluto y los análisis de suelos para P) 36

7. PASO 5, Interpretación.
Determinación de las líneas rectas del modelo discontinuo rectilíneo para la interpretación de la respuesta (DSL, pág. 84) 50

8. Ejemplo del uso del modelo discontinuo rectilíneo para la interpretación de ensayos que tienen muchos niveles de aplicación del nutriente (datos tomados de Hunter y Youngen, 1955) 51

LISTA DE FIGURAS (Continúa)

Página

9. Estimación del requerimiento del nutriente mediante el modelo discontinuo rectilíneo en experimentos que tienen sólo tres niveles aplicados del nutriente 58

10. Variación del rendimiento entre sitios individuales pertenecientes a la categoría I de suelo-cultivo, datos de Bolivia 63

11. PASO 5-a.
Interpretación de la respuesta de múltiples nutrientes y el desarrollo de recomendaciones de fertilizantes usándose un conjunto de modelos discontinuos rectilíneos. Categoría I de suelo-cultivo (papas) 66

12. PASO 5-b.
Interpretación de la respuesta de múltiples nutrientes y el desarrollo de recomendaciones de fertilizantes usándose un conjunto de modelos discontinuos rectilíneos: Categoría II de suelo-cultivo (papas). . 67

Apéndice

A. La respuesta a nitrógeno en papas ajustada a los modelos discontinuo rectilíneo, raíz cuadrada, logarítmico y cuadrático 88

B. La respuesta a fósforo en papas ajustada a los modelos discontinuo rectilíneo, raíz cuadrada, logarítmico y cuadrático 89

C. La respuesta a nitrógeno en papas ajustada a los modelos discontinuo rectilíneo, raíz cuadrada, logarítmico y cuadrático 90

D. La respuesta a nitrógeno en papas ajustada a los modelos discontinuo rectilíneo, raíz cuadrada, logarítmico y cuadrático 91

E. La respuesta a fósforo en papas ajustada a los modelos discontinuo rectilíneo, raíz cuadrada, logarítmico y cuadrático 92

LISTA DE FIGURAS (Continúa)

Página

F. La respuesta a nitrógeno en trigo ajustada a los modelos discontinuo rectilíneo, raíz cuadrada, logarítmico, y cuadrático 93

G. La respuesta a fósforo en trigo ajustada a los modelos discontinuo rectilíneo, raíz cuadrada, logarítmico y cuadrático 94

H. La respuesta a nitrógeno en trigo ajustada a los modelos discontinuo rectilíneo, raíz cuadrada, logarítmico y cuadrático 95

I. La respuesta a fósforo en trigo ajustada a los modelos discontinuo rectilíneo, raíz cuadrada, logarítmico y cuadrático 96

J. La respuesta a potasio en trigo ajustada a los modelos discontinuo rectilíneo, raíz cuadrada, logarítmico y cuadrático 97

K. Representación gráfica de los residuos de regresión para el conjunto de seis experimentos individuales de N de la categoría II de suelo-cultivo 98

L. Interpretación de la respuesta a múltiples nutrientes y el desarrollo de recomendaciones de fertilizantes mediante una combinación de modelos discontinuos rectilíneos de nutrientes individuales: Categoría V de suelo-cultivo (trigo) 99

M. Procedimiento para calcular la recomendación de un nutriente mediante el uso del modelo discontinuo rectilíneo. 100

N. Procedimiento para calcular la recomendación de un nutriente mediante el uso del modelo discontinuo rectilíneo. 101

O. Procedimiento para calcular la recomendación de un nutriente mediante el uso del modelo discontinuo rectilíneo 102

P. Procedimiento para calcular la recomendación de un nutriente mediante el uso del modelo discontinuo rectilíneo 103

LISTA DE FIGURAS (Continúa)

Página

Q. Procedimiento para calcular la recomendación de un nutriente mediante el uso del modelo discontinuo rectilíneo 104

R. Procedimiento para calcular la recomendación de un nutriente mediante el uso del modelo discontinuo rectilíneo 105

S. Procedimiento para calcular la recomendación de un nutriente mediante el uso del modelo discontinuo rectilíneo 106

INTRODUCCION

El propósito básico de la evaluación de la fertilidad de un suelo es el de proveer información del estado nutricional de éste y el de predecir la respuesta relativa a los nutrientes aplicados. El estado nutricional de los suelos cultivados es variable y cambia continuamente debido a la influencia de la adición de fertilizantes, pérdidas de nutrientes asociadas con lixiviación o remoción por el cultivo, y el manejo total. Por consiguiente, para racionalizar el uso de los fertilizantes, la estimación del estado actual de fertilidad del suelo tiene que relacionarse con sitios específicos. Estas estimaciones de sitios específicos para ser de confianza deben ser obtenidas únicamente a través de un programa ordenado de evaluación de la fertilidad del suelo en el cual se le presta atención adecuada a lo siguiente:

1) Técnicas de muestreo de suelos; 2) métodos de análisis de suelos; 3) sistemas para correlacionar los análisis de suelos y las respuestas del cultivo; 4) modelos para interpretar la respuesta al fertilizante en experimentos de campo, y 5) procedimientos para preparar recomendaciones de fertilizantes basadas en consideraciones económicamente sólidas.

Mientras estos puntos de la evaluación de la fertilidad del suelo son básicos, y evidentemente importantes, existe considerable divergencia entre agrónomos acerca de los métodos, sistemas, procedimientos, y modelos que son empleados para lograr cada una de estas fases. Las últimas tres fases (correlación, interpretación y recomendaciones)

son probablemente las más díficiles debido, en gran parte, a la dificultad de describir la complejidad de los fenómenos involucrados. Con frecuencia en la práctica, los modelos complejos presentan dificultades debido a la falta de datos suficientes y adecuados para estimar los parámetros del sistema.

La necesidad de contar con técnicas que permitan correlaciones, interpretaciones y recomendaciones en una forma rápida y precisa aún continúa existiendo. En los países dónde el Proyecto Internacional de Evaluación y Mejoramiento de la Fertilidad del Suelo ha tenido participación activa, se ha desarrollado un gran interés por los modelos discontinuos como un medio para llevar a cabo un programa de evaluación de la fertilidad del suelo. En estos modelos se considera que la respuesta a cada nutriente (bajo condiciones específicas de suelo-cultivo) tiene un punto inicial (el rendimiento con el nutriente al mínimo)[1] y un punto final (el rendimiento máximo estable)[2]. Se define entonces al rendimiento relativo como el rendimiento mínimo dividido entre el rendimiento máximo. La correlación entre el rendimiento relativo y los análisis de suelos para un nutriente en particular, se logra, ya sea gráfica o matemáticamente, identificando un nivel crítico que separe dos categorías de suelo-cultivo que sean distintas y discontinuas. Los experimentos de campo pertenecientes a una categoría específica de suelo-cultivo son entonces agrupados conjuntamente para interpretar la respuesta al fertilizante.

1/El nutriente bajo estudio como factor limitante.
2/El nutriente bajo estudio deja de ser un factor limitante produciéndose una estabilización en el rendimiento.

Las interpretaciones de las dosis del fertilizante requeridas para lograr una respuesta específica de rendimiento se logra con un modelo discontinuo de respuesta lineal y de un rendimiento máximo estable. En esta técnica, la respuesta a cada nutriente se interpreta separadamente haciéndose uso de los niveles de los rendimientos con cada nutriente al mínimo y el rendimiento máximo estable. Se trazan las líneas de la respuesta lineal y la del rendimiento máximo estable y el punto de intersección se usa para determinar la relación entre el rendimiento y la dosis de aplicación para cada nutriente. Los rendimientos con el nutriente al mínimo y máximo estable se asocian con un nutriente específico o con una combinación de nutrientes en cada experimento. Por consiguiente, se obtiene como resultado un número discreto de recomendaciones opcionales siendo este número uno mayor que el número de nutrientes que están limitando. Estas recomendaciones pueden ser sujetas fácilmente a una evaluación económica en forma escalonada.

El propósito de este boletín es el de delinear las implicaciones teóricas y prácticas del uso de los modelos discontinuos que se mencionaron anteriormente. Las ilustraciones usadas en el manuscrito, en el cual el uso de los diversos modelos ha sido descrito paso por paso,están basadas en datos reales de investigación los cuales fueron obtenidos de una serie de experimentos de campo realizados en Bolivia. Otros datos de investigación también aparecen en el texto con el fin de ilustrar los conceptos que han sido desarrollados. Es el deseo de los autores que al menos algo de la nueva investigación que se está conduciendo sobre fertilidad de los suelos sea dirigida hacia un examen más completo de estos conceptos, haciéndose comparaciones con los métodos más tradicionales.

I. MODELOS USADOS PARA ESTUDIAR LA RESPUESTA A LOS FERTILIZANTES

En la literatura la mayoría de las discusiones sobre la respuesta a los fertilizantes están basadas en la interpretación de los ensayos de campo utilizándose alguna versión de la Ley de Rendimiento Decreciente, i.e., funciones curvilíneas continuas en las cuales incrementos adicionales iguales de fertilizantes resultan en respuestas cada vez más pequeñas. Los modelos curvilíneos más importantes de uso actual son el cuadrático, la raíz cuadrada, y las funciones logarítmicas. El modelo Mitscherlich añade constantes a la función logarítmica con el fin de ajustar la interpretación de la respuesta al fertilizante de acuerdo con las variaciones de la fertilidad natural del suelo.

Con la ayuda de las computadoras muchos factores adicionales, que afectan al rendimiento, han sido incorporados dentro de ésos modelos de respuesta con el fin de describir de una manera más amplia la respuesta a los fertilizantes aplicados. Cada nuevo intento para caracterizar el crecimiento de la planta y el modelo sobre la respuesta al fertilizante ha sido sometido a una cuidadosa interpretación económica con el fin de proveer pautas para el uso de los fertilizantes bajo condiciones altamente específicas. Sin embargo, tomándose en cuenta todo el refinamiento potencialmente inherente a estos modelos complejos, su uso por economistas y agrónomos resulta impráctico en áreas donde el uso de los fertilizantes es relativamente re-

ciente y la investigación sobre el uso de los fertilizantes se encuentra en los estados preliminares.

No existen reglas establecidas para determinar el modelo de respuesta más apropiado a ser utilizado en la interpretación de la respuesta a los fertilizantes en experimentos de campo. Si se ha de evaluar un experimento individual, el investigador puede analizar los datos y ajustarlos a varios modelos lineales y curvilíneos y seleccionar la función que dé el mejor coeficiente de determinación (R^2) para regresión. Sin embargo, un modelo que describe más eficientemente los datos de respuesta de un experimento podría no ser necesariamente el mejor para otro experimento. Asi mismo, los modelos más complejos que describen con exactitud lo que pasó con un conjunto de datos de respuesta, de los cuales existía información detallada disponible, pueden tener poco uso práctico para predecir respuestas futuras cuando los datos existentes sean limitados o algo inciertos. Esto sitúa a la persona que usa modelos complejos en una posición díficil ya que el propósito total de la evaluación de la fertilidad del suelo es el predecir, de una manera fiel, la respuesta relativa a los nutrientes bajo las condiciones existentes.

Dificultades con el Modelo Tradicional de la Respuesta a los Fertilizantes

En la práctica se encuentran numerosos problemas al intentar aplicar los modelos complejos de la respuesta a los fertilizantes a datos existentes. Algunas de estas dificultades se resumen a continuación.

Información Disponible Insuficiente para Aplicar Correctamente el Modelo de la Respuesta a los Fertilizantes

El rendimiento es una función de muchos factores que afectan la interacción entre el potencial genético de la planta y el medio ambiente en el cual ésta se desarrolla (Fitts, 1955). El suelo, cultivo, clima y manejo representan cuatro categorías amplias de factores que se conocen por afectar el rendimiento y cada uno de ellos pueden ser divididos en varios sub-factores. Los modelos matemáticos que predicen el rendimiento deben de asignar ya sea un valor predeterminado a cada uno de estos factores, o aplicar alguna constante en su lugar cuando dichos valores no están disponibles. La mayoría de los experimentos de campo conducidos en el pasado, y aún muchos de los que se están llevando a cabo en el presente, simplemente no proveen la información suficiente para permitir una aplicación práctica de un modelo de respuesta complejo y detallado.

Sesgamiento (Inclinación Viciada) del Modelo de Interpretación

La mayoría de los modelos de respuesta tienen una cierta tendencia a sesgarse bajo cierta clase de condiciones. Anderson y Nelson (1971) han descrito con cierto detalle las limitaciones y las dificultades asociadas con el modelo cuadrático para describir respuestas individuales a algunos nutrientes. De gran importancia en este estudio es la observación de que el modelo cuadrático es particularmente sesgado cuando existe una respuesta marcada a las aplicaciones del primer incremento seguido de una pequeña o ninguna respuesta de las dosis

mayores. En estos casos, el modelo cuadrático característicamente sobreestima al rendimiento medido en la dosis cero del nutriente, luego subestima al rendimiento en la primera dosis del nutriente, y sobreestima al rendimiento en las dosis intermedias. Las predicciones de las dosis de fertilizantes requeridas para un rendimiento máximo son entonces exageradamente altas. Si se aplicara, bajo estas circunstancias, el tradicional análisis económico marginal al modelo cuadrático, la dosis de aplicación que se predice sería la más beneficiosa variaría considerablemente con cambios en la relación precio/costo, resultando en ciertas dificultades en la elaboración.

Variabilidad Observada en el Rendimiento Cuando se Aplican Dosis Elevadas de Nutrientes

Otra de las dificultades en la interpretación se relaciona con el rendimiento del cultivo o la respuesta a dosis elevadas de aplicación. La mayoría de los modelos curvilíneos de respuesta continua son muy sensitivos a fluctuaciones en el rendimiento debidas al uso de dosis altas. Si, por ejemplo, dosis elevadas de aplicación causaran quemaduras de fertilizantes o crearan un desequilibrio nutricional es muy probable que haya una depresión en el rendimiento. Usualmente la función cuadrática se ajusta muy bien a esta situación. Por otra parte, si las mismas dosis altas del nutriente bajo estudio son aplicadas de una manera diferente o con una configuración diferente del balance de los nutrientes, esto puede ocasionar un rendimiento igual a o más elevado que el de las dosis intermedias. La raíz cuadra-

da o la función logarítmica generalmente se ajustan mejor que la función cuadrática a esta clase de respuestas. Desafortunadamente otros factores, además de la naturaleza del crecimiento de la planta y las respuestas nutricionales, afectan probablemente más la respuesta en dosis elevadas de aplicación que en bajas, de tal manera que el modelo que dé el mejor ajuste de los datos de un experimento puede ser el peor para otro. La falta de consistencia en el desempeño de un modelo de respuesta a los fertilizantes puede pasar desapercibida si uno está interesado principalmente en describir, luego de los hechos, los resultados de un experimento o la respuesta combinada de un conjunto de experimentos. Sin embargo, la inconsistencia no puede ser ignorada cuando se deben de hacer futuras predicciones de respuestas, y cuando solamente se puede usar un modelo para hacer tales predicciones.

Dificultad en el Uso Práctico de los Modelos Complejos de Respuesta si No se Encuentran a Disposición Computadoras

En muchas partes del mundo se pueden conducir experimentos de campo durante todo el año. El tiempo disponible para analizar un conjunto de experimentos y planear otro es frecuentemente muy limitado. Los modelos complejos de respuesta curvilínea no son muy prácticos para interpretar la respuesta a los fertilizantes a menos que se disponga de una computadora.

Modelos Alternativos para Ser Usados en la Interpretación de los Datos de la Respuesta a los Fertilizantes

Swanson (1963) ha sugerido un modelo alternativo basado en la Ley del Mínimo de Liebig el cual debe de ser considerado para la interpretación de los datos de la respuesta a los fertilizantes. Este modelo postula una respuesta lineal para el principal elemento limitante, la que se detiene repentinamente cuando otro factor se hace limitante pero que recupera su ascenso lineal cuando se corrige dicha limitación. Eventualmente, el rendimiento es limitado por la capacidad genética de la planta cuando todos los factores externos que limitaban fueron eliminados. Un diagrama idealizado de estas respuestas y factores limitantes se presenta en la Figura 1.

Boyd (1970) ha sumarizado una cantidad considerable de datos de la respuesta a los fertilizantes cubriendo diferentes cultivos y ha demostrado que la mayoría de los datos se ajustan muy bien a un modelo tipo Liebig. En su estudio la mayoría de los ensayos de fertilizantes pudieron ser caracterizados por una línea recta en pendiente en la porción ascendente de la curva y otra línea recta aproximadamente horizontal representando el rendimiento máximo. Bartholomew (1972) haciendo un sumario de datos de respuesta a nitrógeno, con un gran número de sitios individuales y de grupos de sitios, llegó a la conclusión que la función de la respuesta --mientras que no era siempre estrictamente lineal en el segmento en pendiente-- puede, no obstante, ser mejor descrita con una función doble consistiendo de

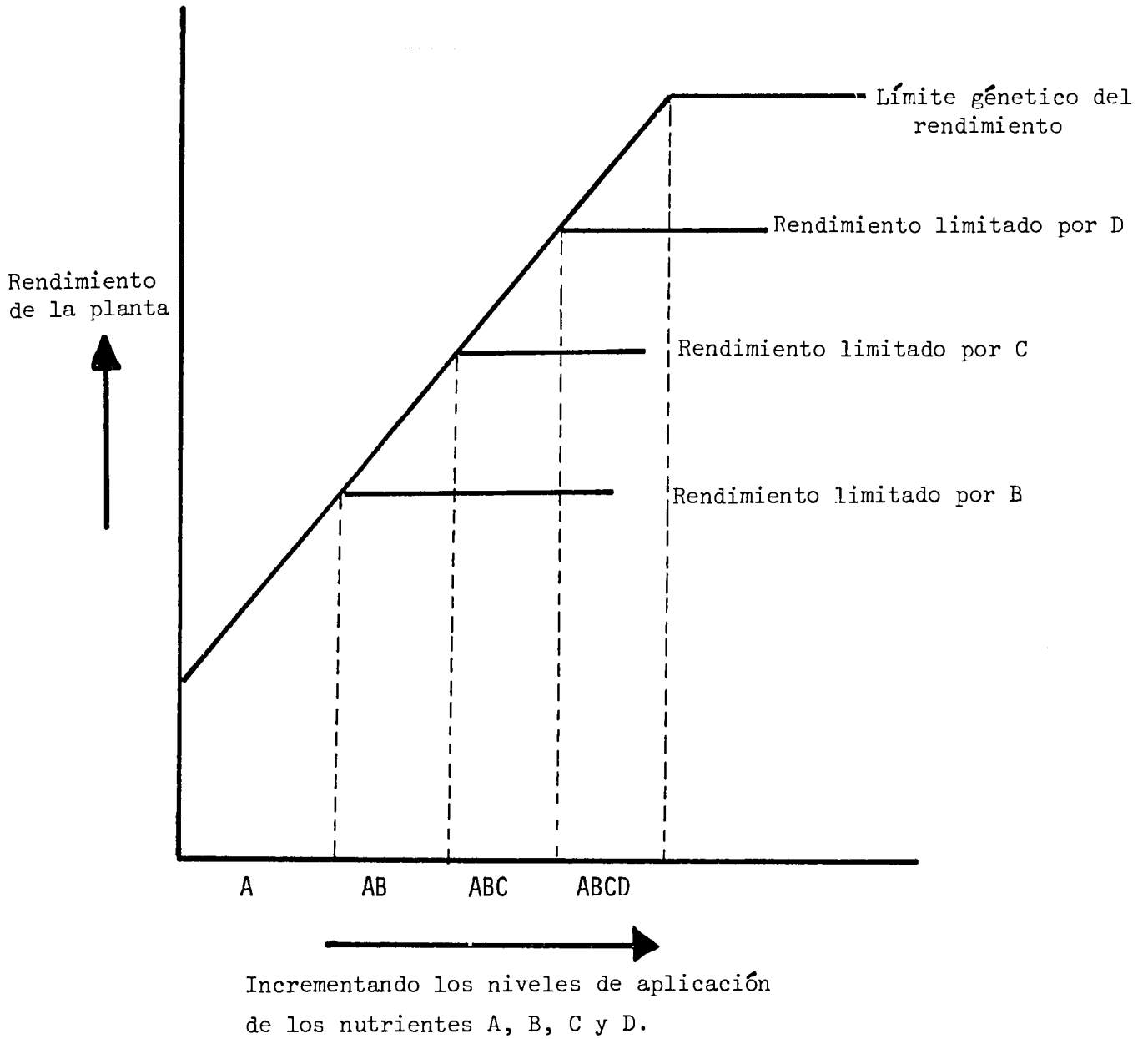


FIGURA 1. La función de la respuesta por el modelo discontinuo rectilíneo teniendo como base la Ley del Mínimo de Liebig.

una respuesta lineal en pendiente y de un rendimiento máximo horizontalmente lineal.

La naturaleza discontinua de los modelos rectilíneos permite una interpretación sencilla de los datos de la respuesta a los fertilizantes ya que el punto de intersección de las dos líneas puede ser determinado sin dificultad, proporcionando un estimado del requerimiento del nutriente para alcanzar un rendimiento dado. Dicho estimado podría representar un óptimo biológico (Bartholomew, 1972) siendo la dosis mínima la que sería requerida para alcanzar el rendimiento máximo estable. En la Sección V se ofrecerá una discusión de las implicaciones económicas de este modelo.

El Desarrollo y Uso del Modelo Discontinuo de Respuesta Lineal y del Rendimiento Máximo Estable

En la parte restante de este boletín se discutirá las implicaciones teóricas y prácticas del modelo de respuesta lineal y del rendimiento máximo estable denominado "Modelo Discontinuo Rectilíneo", que sirve para interpretar los datos de los ensayos de fertilizantes y determinar las necesidades de éstos. Los conceptos usados para describir el rendimiento y la respuesta a los fertilizantes en el rendimiento, con relación a los análisis de suelos, se discute a continuación como un precedente a las materias antes mencionadas.

II. EL RENDIMIENTO, LOS LIMITES DE LA RESPUESTA DEL RENDIMIENTO, Y EL RENDIMIENTO RELATIVO

La distinción entre rendimiento, la respuesta del rendimiento, y el rendimiento relativo representa un obstáculo para el entendimiento del objetivo y evaluación de la fertilidad de los suelos. Cualquier persona familiarizada con la lectura de un gráfico puede entender fácilmente el sentido de una representación gráfica del rendimiento vs. el fertilizante aplicado. El concepto sobre el aumento del rendimiento como función de la adición de fertilizantes parece muy simple, pero frecuentemente se encuentran dificultades cuando se trata de diferenciar los límites de una respuesta debida a un sólo nutriente de la debida a una mezcla de nutrientes. El significado de un gráfico del rendimiento relativo vs. el análisis del suelo sería aún más díficil de explicar ya que éste involucra proporciones. La siguiente discusión se provee como base de explicación del concepto y uso de estos términos.

Rendimiento

El rendimiento es una función de muchos factores que afectan al crecimiento. Genéticamente cada especie vegetal tiene cierto potencial total para transformar en materia seca los nutrientes minerales, luz, dióxido de carbono y agua. Cuán bien una planta puede transformar estos ingredientes básicos en rendimiento depende del grado y balance en el cual se encuentran reunidos todos los requeri-

mientos del crecimiento. Agronómicamente, el rendimiento de los cultivos puede ser relacionado con un amplio rango de factores tal como se muestra en la Ecuación A (Fitts, 1959):

A. Rendimiento = f (cultivo, suelo, clima....., manejo)

Teniendo en cuenta la ecuación mencionada anteriormente, se debe de aclarar que en el trabajo de evaluación de la fertilidad del suelo, la medida de un nutriente en el suelo no provee por si sola la información suficiente para predecir el rendimiento que puede ser obtenido. Evidentemente, la contribución de todos los otros factores deberá ser cuantificada matemáticamente si esto tuviera que realizarse. El propósito de la evaluación de la fertilidad del suelo es el de proveer una guía sobre la contribución que se espera obtener de un nutriente del suelo y predecir la probabilidad de obtener una respuesta beneficiosa en el rendimiento mediante la adición de fertilizantes específicos y de otras enmiendas. Gran parte del valor de la información suministrada por los análisis de los suelos depende directamente de investigaciones previas con relación a cuánto rendirá un cultivo bajo una condición conocida de fertilidad del suelo y bajo un conjunto dado de circunstancias. La respuesta del rendimiento a fertilizantes añadidos deberá, por lo tanto, ser relacionada con situaciones específicas de sitio y cultivo.

Los Límites de la Respuesta del Rendimiento a los Nutrientes Aplicados

Se puede considerar una respuesta positiva en el rendimiento debida a la adición de nutrientes como el resultado de la corrección de la deficiencia nutricional. Cada deficiencia tiene un comienzo y un final. El dólar que invierte el agricultor en fertilizantes deberá de ser empleado primeramente para corregir las deficiencias de primer orden ya que ésto proveerá la mejor recompensa para su dinero y minimizará sus riesgos. Luego, se deberá proceder a corregir las otras deficiencias en el orden respectivo hasta que se alcance los límites apropiados. Para obtener rendimientos cada vez más elevados es probable que el agricultor tenga que afrontar simultáneamente un amplio rango de deficiencias potenciales. Su objetivo total deberá ser el añadir nutrientes (cada uno de acuerdo con el grado de limitación y la economía de su corrección) para eliminar simultáneamente las múltiples deficiencias.

La respuesta total que podría ser obtenida del nutriente depende mayormente de las variedades del cultivo que están siendo utilizadas. Generalmente, las variedades seleccionadas bajo condiciones de suelos infértiles tienen capacidades limitadas para responder a la fertilización. En cambio, las variedades modernas, desarrolladas especialmente para condiciones de alta fertilidad de suelos, responden marcadamente a la fertilización cuando son puestas en condiciones favorables de crecimiento.

La significación de la diferencia bruta entre variedades con respecto a sus respuestas a la fertilización no puede ser demasiado enfatizada. El fitomejorador deberá definir el crecimiento potencial de sus variedades en función a la fertilidad del suelo, y el especialista en fertilidad de suelos deberá definir la fertilidad de los suelos, en función a las variedades que cultiva. Esto determinará el carácter de la tarea del agrónomo quien será el llamado a aconsejar al agricultor sobre el programa de fertilidad. El agrónomo deberá de evaluar, individual y colectivamente, el alcance de cada una de las diversas deficiencias, categorizando y estudiando los límites de cada deficiencia con el fin de determinar la cantidad y proporción de la fórmula fertilizante que sea más beneficiosa.

El hecho de que podrían existir diversas deficiencias nutricionales al mismo tiempo, requiriendo tratamientos simultáneos, pero no necesariamente, iguales, significa que en las evaluaciones de las respuestas individuales de los nutrientes deberá de tomarse en cuenta los niveles de los otros nutrientes y los factores de crecimiento que también podrían afectar al rendimiento.

Rendimiento con el Nutriente al Mínimo

Podemos asumir que cada suelo tiene cierto nivel de disponibilidad para cada nutriente y que este nivel marca el límite más bajo de la función de la respuesta, i.e., el punto de origen desde el cual se mide la respuesta. De acuerdo con la Ley del Mínimo de Liebig, el nutriente más deficiente limitará el rendimiento de donde se origina

el término "rendimiento con el nutriente al mínimo"[1/]. A excepción de interacciones no comunes (ver pág. 60), los rendimientos, al aplicarse fertilizantes, no se elevarán sobre el rendimiento con el nutriente al mínimo a no ser de que el nutriente más deficiente esté entre los añadidos. Se sugiere el término "rendimiento con el nutriente al mínimo" como un medio conveniente para describir el rendimiento limitado por un sólo nutriente ya que éste marca el punto de partida de dónde la respuesta a ese nutriente deberá de ser tomada en cuenta.

El rendimiento con el nutriente al mínimo se refiere a la respuesta a un nutriente dado bajo condiciones específicas. En un gráfico de la respuesta del rendimiento a adiciones de un nutriente, éste sería el origen de la función de la respuesta. Este rendimiento deberá ser determinado matemáticamente cuando más de dos puntos del rendimiento determinan la pendiente de la respuesta, tal como se ilustra en las Figuras del Apéndice N, P, Q, R y S. Cuánto más alta sea la disponibilidad de un nutriente dado en el suelo, el rendimiento con el nutriente al mínimo será más elevado (asumiéndose que otros factores de crecimiento no están limitando). La relación directa entre la disponibilidad de un nutriente en el suelo y el rendimiento con el nutriente al mínimo será discutida en más detalle para el rendimiento relativo vs. las correlaciones de los análisis de suelos.

[1/] En el manuscrito en Inglés se ha utilizado el término "threshold yield" para definir este rendimiento. Threshold significa el punto de entrada o inicio de un fenómeno fisiológico , i.e., la respuesta del rendimiento.

Rendimiento Máximo Estable

En el límite superior de la función de la respuesta es necesario establecer un punto donde termina la respuesta a los nutrientes aplicados, i.e., el máximo donde el rendimiento se estabiliza cuando el nutriente bajo estudio deja de ser el principal factor limitante. El punto final de la respuesta del rendimiento se establece experimentalmente a través de una combinación, o combinaciones, de tratamientos dónde todos los nutrientes son suministrados en cantidades adecuadas, pero no excesivas, y dónde otros factores de crecimiento son controlados hasta el alcance práctico para la situación. Típicamente, el rendimiento máximo aparente, para cualquier experimento dado, tiende a estabilizarse sobre un rango del nutriente bajo estudio. En vista de que el rendimiento máximo para una situación dada no es el máximo absoluto para todas las condiciones, si no para un conjunto específico de circunstancias dentro de un experimento, es mejor usar el término "rendimiento máximo estable" 2/ en vez de rendimiento máximo. El rendimiento máximo estable implica que el rendimiento se encuentra en el punto más elevado para ciertas condiciones particulares y permanece constante sobre cierto rango de adiciones del nutriente bajo estudio. Este es un término que tiene significado para describir el rendimiento en el cual la respuesta a cierto nutriente cesa. Aún más, el rendimiento máximo estable implica que,

---

2/ En el manuscrito en Inglés se ha utilizado el término "plateau yield". Plateau significa un área de nivel relativamente más alta que el área de los alrededores; un área uniforme o estable dónde el avance progresivo de un proceso o condición se nivela.

mientras que está representando lo más alto obtenido, el rendimiento está reflejando las limitaciones impuestas por un conjunto de condiciones de crecimiento en un sitio en particular. Si estas condiciones fueran modificadas, el rendimiento máximo estable también podría ser alterado.

Asi tenemos que, para un nutriente dado, suelo y cultivo en particular, existe un límite definitivo mínimo, dónde la respuesta a la fertilización se inicia (rendimiento con el nutriente al mínimo) y un límite definitivo máximo, dónde la respuesta termina (rendimiento máximo estable). Este concepto es correcto cuando se trabaja con una respuesta positiva del rendimiento a la fertilización. La depresión del rendimiento (respuesta negativa) a adiciones de un nutriente en particular, también tiene un punto de origen; el punto final, sin embargo, es cero. El manejo de los datos de la depresión del rendimiento será discutido conjuntamente con el rendimiento relativo.

El Concepto sobre el Rendimiento Relativo

El rendimiento relativo ha sido denominado más frecuentemente porcentaje de rendimiento, expresándose asi al rendimiento sin el nutriente bajo estudio como un porcentaje del rendimiento máximo. Esta disposición ha sido discutida ampliamente en la literatura como la escuela de pensamiento de Mitscherlich-Spillman-Baule-Bray. El rendimiento relativo es una medida de la respuesta del rendimiento a un sólo nutriente cuando los otros nutrientes son suministrados en cantidades adecuadas pero no excesivas, y cuando otras variables

del lugar (como por ejemplo clima) se mantienen constantes. La justificación principal para su uso es que siendo una proporción en vez de una cantidad absoluta, es posible comparar el rendimiento relativo de sitios diferentes.

En la discusión previa se ha denominado al límite inferior de la respuesta a un nutriente como "rendimiento con el nutriente al mínimo" y al límite superior, como el "rendimiento máximo estable". Estos dos parámetros del rendimiento pueden ser usados para definir el rendimiento relativo de un nutriente X tal como se muestra en la Ecuación B:

$$\text{B. Rendimiento relativo(X)} = \frac{\text{Rendimiento con el nutriente X al mínimo}}{\text{Rendimiento máximo estable para X}}$$

El rendimiento relativo de un cultivo en un sitio específico expresa al rendimiento con el nutriente al mínimo como el porcentaje del rendimiento máximo estable. Esto significa que el punto de partida de la respuesta está siendo comparado con el punto final de la misma. Cuando el rendimiento inicial es bajo, comparado con el rendimiento final, obviamente existe una respuesta alta en el rendimiento debida a la adición del nutriente bajo estudio. Esto da como resultado un rendimiento relativo bajo ya que el rendimiento con el nutriente al mínimo era bajo comparadocon el rendimiento máximo estable. Por otra parte, se obtiene un rendimiento relativo elevado cuando los dos rendimientos son similares, o sea se obtiene poca respuesta a la adición del nutriente cuando el rendimiento con el nutriente al mínimo está cerca al rendimiento máximo estable.

El rendimiento relativo no excederá 100 si se siguen los conceptos sobre los rendimientos mínimos y máximos discutidos anteriormente. Si ocurriera una depresión en el rendimiento debida a la adición de un nutriente, el rendimiento con el nutriente al mínimo (sin el nutriente bajo estudio) deberá ser usado como la mejor medida del rendimiento máximo estable. Esto, por supuesto, da como resultado un rendimiento relativo de 100. Los rendimientos disminuídos no deben ser usados como divisores porque ellos representan una respuesta negativa, con una base de comparación en declinación, en vez de una en estabilización. Cuando existe una depresión en el rendimiento a un nutriente añadido, ésta generalmente llegará a ser cada vez más severa a medida que se hagan otras adiciones. Si esto es llevado a extremos, el rendimiento final sería cero. Si cualquiera de estos rendimientos disminuídos fuera a ser usado como el divisor para calcular el rendimiento relativo, los resultados serían relacionados principalmente con la escala y dosis de aplicación del nutriente, y no con el análisis del suelo de ese nutriente. Esto significa que los datos del rendimiento disminuído no son evaluados adecuadamente por los criterios del rendimiento relativo.

III. CORRELACION DEL ANALISIS DEL SUELO CON LA RESPUESTA AL FERTILIZANTE

Para que un análisis de suelos tenga significado para cualquier nutriente, éste deberá ser asociado con la disponibilidad de dicho nutriente para la planta. Se han ensayado diversas técnicas para relacionar los análisis de los suelos con el crecimiento de las plantas, fluctuando desde intentos directos para extraer químicamente del suelo la misma cantidad que las raíces extraen biológicamente, hasta correlaciones indirectas o empíricas entre los nutrientes extraídos y el crecimiento vegetal. Los métodos indirectos de correlación han resultado ser los medios más prácticos para una evaluación, a pesar de la dificultad de controlar los factores de rendimiento. Muchos científicos prefieren iniciar los trabajos de correlación con estudios en el invernadero dónde el rendimiento puede ser controlado dentro de límites razonables a través de un mejor control de todos los factores del crecimiento. Aún asi, el rendimiento es afectado por tantos factores que los estudios de correlación entre los análisis de los suelos y el rendimiento absoluto en materia seca-- o una medida relacionada, tal como la asimilación de nutrientes-- han tenido menos éxito que los estudios que involucran el rendimiento relativo. A pesar de ser cierto que la asimilación de nutrientes, o la cantidad de nutrientes en un tejido vegetal, frecuentemente se correlaciona bien con el análisis del suelo, no existe una manera conveniente para distinguir entre el requerimiento de la planta y el consumo de lujo. Entonces,

la escala que resulta para la interpretación de los análisis de los suelos será arbitraria sin un punto de inflexión bien definido que indique cuando la fertilidad de los suelos está por debajo o sobre el rango de la respuesta del rendimiento.

Los diagramas de dispersión para la correlación del rendimiento relativo vs. el análisis del suelo son díficiles de manejar como funciones continuas debido a que la relación no es lineal. En la mayoría de los casos, la función no tiene ni siquiera una forma polinomial de alto grado. Una hipérbola rectangular o una no-rectangular con una asíntota de 100 por ciento, podría ser más apropiada. Bajo tales circunstancias, se necesitaría una computadora para ajustar los puntos a una curva continua.

Aún cuando se disponga de una computadora, y se ajuste algún modelo continuo curvilíneo, a través de los puntos del gráfico, no es del todo claro que es lo que significa dicha correlación. Frecuentemente, el ajuste es estadísticamente tan pobre que el investigador llega a la conclusión de que no existe una correlación significativa. Otro problema con el modelo continuo es que es díficil dividir los análisis de los suelos dentro de categorías de fertilidad, tales como bajas, medianas y altas. En la mayoría de los casos, la división de una curva continua tiene muy poco, si algo, de fundamento matemático, estadístico, económico o biológico, en el sentido estrictamente cuantificable.

Desde un punto de vista práctico, es muy útil dividir los suelos en categorías de fertilidad de acuerdo con la probabilidad de que exista una respuesta beneficiosa en el rendimiento, tal como fue sugerido por Fitts (1955). El Comité Nacional de Investigaciones de Análisis de Suelos de los E.E.U.U. (1956) tomó algunos pasos en esta dirección e hizo divisiones de clases arbitrarias basadas en el grado de la respuesta del rendimiento. Sin embargo, mayormente, no se han propuesto otras bases cuantificables para separar categorías desde el trabajo realizado por Cate y Nelson (1965).

El Nivel Crítico de Cate-Nelson

Procedimiento Gráfico

Cate y Nelson (1965) demostraron que en un diagrama de rendimiento relativo vs. análisis de suelos para un nutriente en particular la configuración peculiar en la cual los puntos se dispersaban es por si sola muy útil. Ellos observaron que un diagrama de dispersión podía ser dividido esencialmente en dos poblaciones pudiéndose identificar asi un nivel crítico del análisis del suelo para un nutriente dado. La división de las dos poblaciones puede ser lograda gráficamente con la técnica basada esencialmente en el análisis no-paramétrico de asociación de Olmstead y Tukey (1947). En la técnica de Cate-Nelson se utiliza un plástico transparente sobrepuesto, el que tiene dibujadas sobre sí dos líneas perpendiculares que forman cuatro cuadrantes que tienen aproximadamente el mismo tamaño relativo que los que se muestran en la Figura 2. El plástico

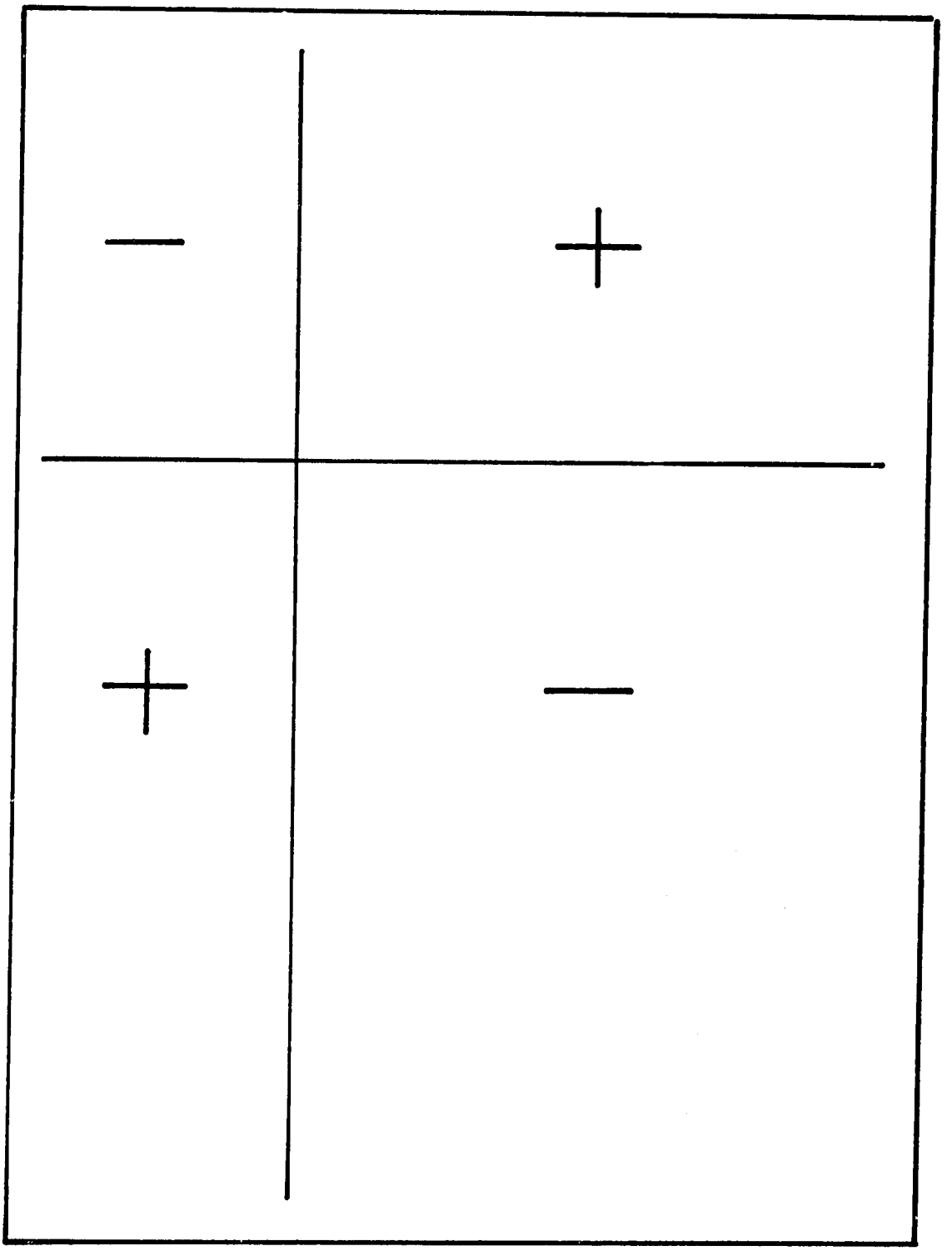


FIGURA 2. Formato del plástico transparente que se utiliza sobrepuesto para obtenerse los valores críticos de los análisis del suelo.

se coloca sobre el gráfico de tal manera que el máximo número de puntos resulte en los cuadrantes positivos y el mínimo en los cuadrantes negativos. Una correlación perfecta colocaría todos los puntos en los cuadrantes positivos, obteniéndose asi una situación que resulta en un modelo discontinuo. En esta posición, la línea horizontal del plástico sobrepuesto divide áquellos rendimientos relativos que muestran una respuesta alta al nutriente aplicado (valores bajos en el rendimiento relativo) de áquellos que indican una respuesta baja o ninguna respuesta (rendimientos relativos altos). Al mismo tiempo, la línea vertical identifica al nivel crítico del análisis del suelo el que divide las dos poblaciones entre valores altos y bajos de fertilidad del suelo. El resultado final es que se identifican dos categorías distintas de suelo-cultivo en cada representación gráfica de rendimiento relativo, cada una diferiendo en la clase de respuesta que se obtiene. Debajo del nivel crítico se puede esperar una respuesta alta en el rendimiento del cultivo con adiciones adecuadas del nutriente bajo estudio. Arriba del nivel crítico se espera una respuesta baja o ninguna respuesta. En la Figura 3 (P en papas, Perú) y en la Figura 4 (P en trigo, y papas, Bolivia) se ilustran diagramas de dispersión bien desarrollados.

El nivel crítico obtenido depende del extractante usado asi como del cultivo involucrado. En la práctica, el diagrama de dispersión de Cate-Nelson provee una técnica simple, pero altamente efectiva, para evaluar los métodos analíticos de los suelos. Un buen extractante del suelo para cualquier nutriente deberá proveer una división casi

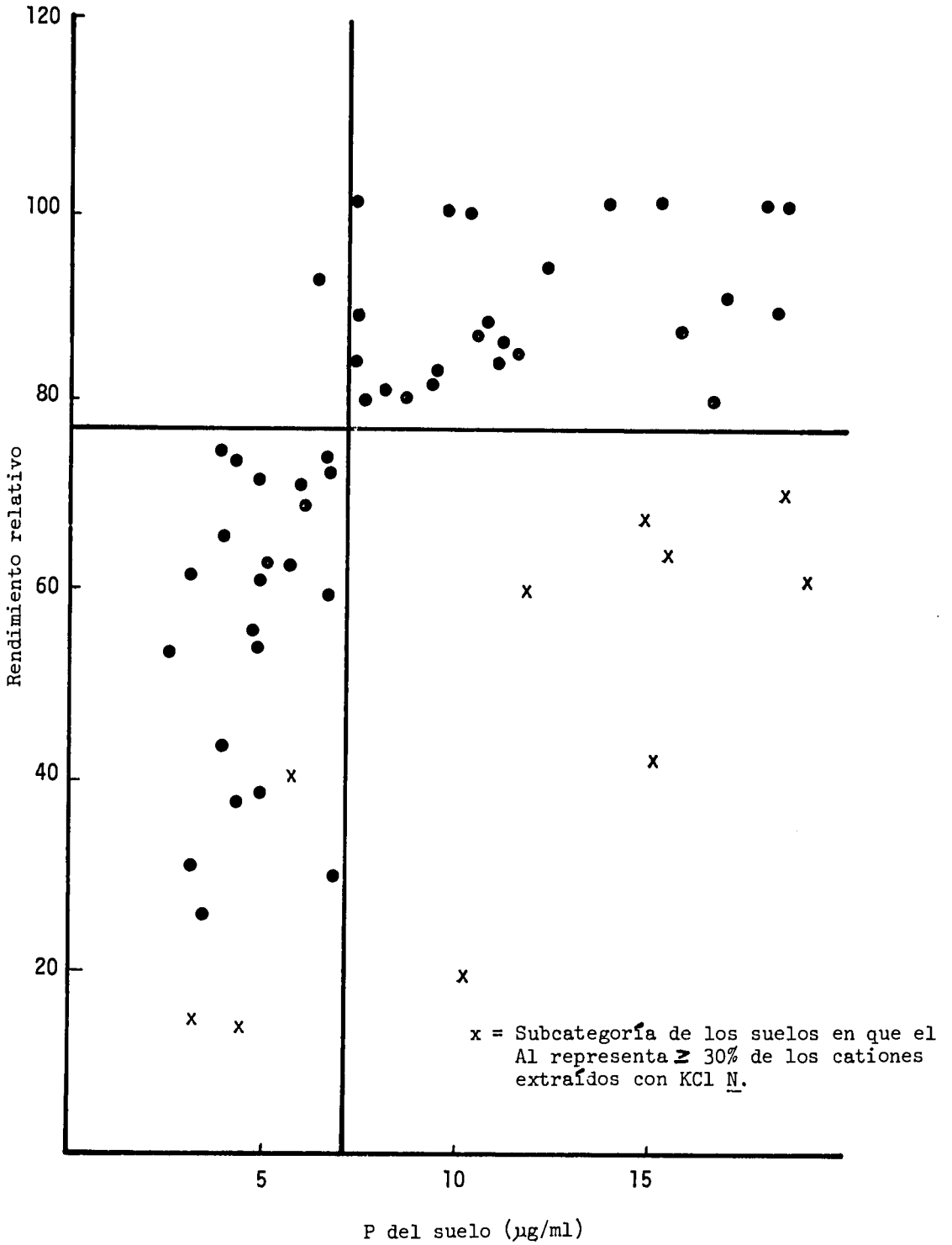


FIGURA 3. Fósforo del suelo extraído con $NaHCO_3$ 0,5M (1/10) en relación al rendimiento relativo de papas en experimentos de campo. (Datos experimentales obtenidos por el Programa Nacional de Papa del Perú en colaboración con el Proy. Int. de Evaluación y Mejoramiento de la Fertilidad del Suelo, Reporte Anual de ISFEI, 1968).

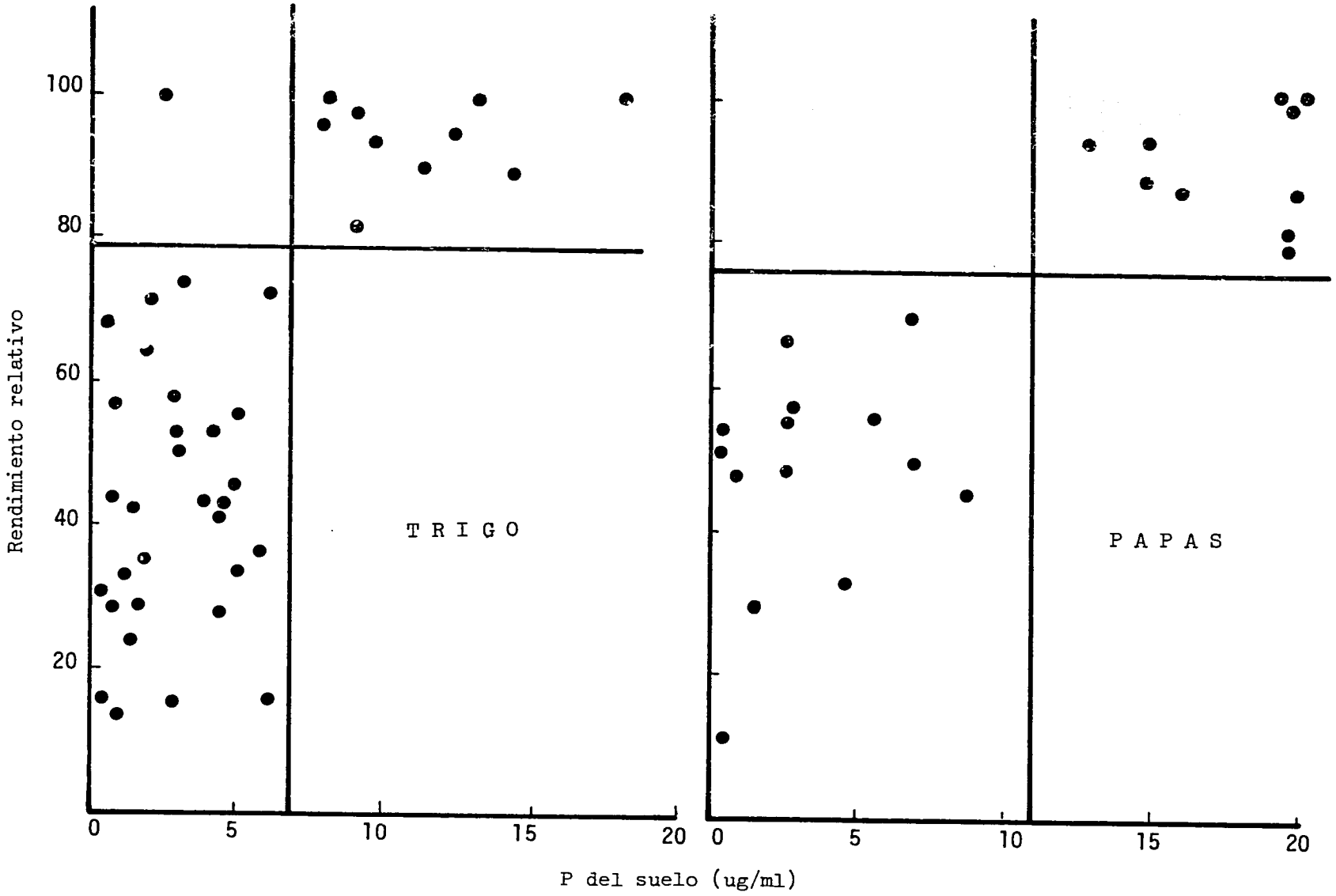


FIGURA 4. Fósforo del suelo extraído con $NaHCO_3$ 0,5 M (1/10) en relación al rendimiento relativo de trigo y papa. (Datos tomados de ensayos experimentales conducidos por el Ministerio de Agricultura de Bolivia en colaboración con el Proy. Int. de Evaluación y Mejoramiento de la Fertilidad del Suelo).

perfecta entre las categorías diferentes de suelo-cultivo. Cuando se realizan correlaciones con estudios en macetas, todos los rendimientos relativos generalmente son más bajos (i.e., respuesta alta) que los adquiridos a través de experimentos en el campo. Lógicamente, entonces, la división horizontal del rendimiento relativo no sería estrictamente una separación entre los suelos que dan una respuesta alta vs. áquellos que dan una respuesta baja o ninguna respuesta, sino sería una distinción entre los grados de la respuesta. Teniendo en cuenta que los estudios de invernadero no han sido diseñados para proveer una interpretación económica de la respuesta al fertilizante, la posición exacta de la línea horizontal no tiene mayor importancia en los trabajos de correlación.

Se deberá recordar que las correlaciones de datos de campo, usualmente incluyen datos de un amplio espectro de condiciones, i.e., diferentes localidades, suelos, clima y años. El hecho de que aún pueda reconocerse una división de dos poblaciones indica que la fertilidad natural del suelo, con respecto a dicho nutriente, es un factor más importante que las variables que no pueden ser controladas en el rendimiento, para determinar si una respuesta puede ocurrir o no.

Algo muy valioso del trabajo de Cate-Nelson es que los puntos que están fuera del límite (cuadrantes negativos) pueden ser identificados y sujetos a un estudio subsiguiente. Un examen cuidadoso de estos puntos permite al investigador analizar sistemáticamente

los diferentes extractantes del suelo o dividir subcategorías de acuerdo con las variedades del cultivo, la fertilidad del subsuelo, localidades, patrones de clima, u otros factores que resulten finalmente en una interpretación diferente de los análisis del suelo o recomendaciones de fertilizantes. La mayoría de los laboratorios pueden comenzar con un nivel crítico de Cate-Nelson para cada análisis de suelos y para todos los cultivos y bajo todas las condiciones. Posteriormente se pueden realizar refinamientos a medida de que se disponga de mayores datos específicos, dividiéndose más y más subcategorías. Cada subcategoría tendrá su propio nivel crítico específico. Esto se realiza simplemente representando gráficamente cada diagrama por separado para cada conjunto de datos claramente reconocible, aplicándosele la división del nivel crítico. El uso de un número grande de divisiones de dos poblaciones finalmente provee tanto refinamiento para las subcategorías como pueda ser justificado por los datos disponibles de investigación. Estas categorías y subcategorías específicas serán referidas en la Sección IV como categorías de suelo-cultivo.

Un ejemplo de una situación de subcategoría del suelo se muestra en la Figura 3. En los ensayos en papas, la respuesta a fósforo en suelos no encalados del Perú, en los que Al representaba $\geq$ 30 por ciento de los cationes extraídos con KCl N, no se caracterizó por el mismo nivel crítico como los otros suelos ácidos (ISFEI, 1968). El pH del suelo no es una medida de confianza de Al, pero el análisis de Al es fácil y efectivo para clasificar esta subcategoría(Kamprath, 1967).

Los suelos de la subcategoría de Al deberán de ser tratados separadamente en la interpretación subsecuente de la respuesta a P.

Procedimiento Matemático para las Correlaciones (Modelo Discontinuo de Dos Medias)

Se ha desarrollado también un modelo matemático para dividir los datos de correlación de los análisis de suelos en dos clases (Cate y Nelson, 1971). El procedimiento consiste en dividir los datos en dos grupos, usando sucesivamente los niveles críticos tentativos para determinar el nivel crítico particular que maximizará la predictibilidad total (R^2), con las medias de las dos clases como valores predictivos.

A continuación se da a conocer la técnica del modelo discontinuo de dos medias, como fuera publicado originalmente (Cate y Nelson, 1971):

"La nueva técnica consiste de los siguiente pasos:

1. Los datos son ordenados teniendo en cuenta el orden de magnitud de los valores X, i.e., valores de análisis de suelos. Los pares (X, Y) se mantienen en ése orden a través de todos los análisis. (Tabla 1).

2. Empezando con el valor de X, que ubicará dos o más puntos a la izquierda de la línea divisoria vertical, se calcula la suma correjida de cuadrados de las desviaciones con respecto a las medias de las dos "poblaciones" que resultan al desplazarse a cada valor sucesivo de X. Se determina entonces la suma de las dos sumas correjidas de cuadrados a cada nivel de X, y ésta suma combinada de cuadrados se resta de la

Tabla 1. PASO 1, Correlación.
Compilación de valores de P y de rendimientos. Datos de papa, Bolivia 1/

Análisis de suelos para P	Variedad	Rendimiento de papa		
		Rend. con el nutriente al mínimo 2/	Rend. Máximo estable 3/	Rendimiento Relativo 4/
(µg/ml)		(T/Ha)	(T/Ha)	(%)
1	Radosa	8.6	15.3	55
1	S. Imilla	11.4	21.6	53
3	Gineke	9.6	16.3	59
3	S. Imilla	21.2	30.3	70
3	S. Imilla	10.8	16.6	65
3	Alpha	10.6	19.6	54
7	Gineke	6.2	13.8	44
7	S. Imilla	10.8	16.7	64
15	S. Imilla	11.8	13.5	87
15	Gineke	16.0	18.7	85
20	S. Imilla	15.0	17.3	86
20	Alpha	14.1	16.4	85
35	Radosa	14.0	14.0	100
35	S. Imilla	21.6	21.6	100

1/ Datos tomados de Saravia y Waugh.

2/ Rendimiento con el nutriente al mínimo = tratamiento con NK (sin P) (ver Discusión pág. 15).

3/ Rendimiento máximo estable determinado gráficamente tal como se indica en la Sección IV. (Ver Discusión pág. 17).

4/ Rendimiento relativo = $\left(\frac{\text{Rend. con el nutriente al mínimo}}{\text{Rend. máximo estable}} \times 100\right)$

suma total correjida de cuadrados de las desviaciones con respecto a la media general de todas las observaciones Y. La diferencia entre la suma combinada de cuadrados y la suma total correjida de cuadrados (suma de cuadrados de "entre grupos") se expresa entonces como el porcentaje de la suma total correjida de cuadrados o como R^2, desde que ésta diferencia representa la explicación adicional obtenida por el ajuste de dos medias en lugar de una. Debe notarse que la suma de cuadrados de "entre grupos" puede ser calculada directamente por los procedimientos usados comúnmente en el análisis de variancia de datos clasificados bajo un solo criterio.

3. Por este simple proceso iterativo, se obtiene una serie de valores R^2 por las divisiones hechas a varios niveles de X. Se escoje el nivel crítico de X dónde R^2 es máximo".

Datos de correlación de todo el mundo compilados por el Proyecto Internacional de Evaluación y Mejoramiento de la Fertilidad del Suelo (Cate, 1971) han demostrado que ensayos de campo bien conducidos comúnmente dan coeficientes de correlación de dos poblaciones de 0.80 o más altos, aún cuando se considere un amplio rango de suelos y cultivos. Los coeficientes de correlación obtenidos con modelos curvilíneos continuos usualmente no son mejores ó tan buenos como el de dos poblaciones o modelo discontinuo tal como se muestra en la Tabla A del Apéndice (Cate, 1971).

En las Tablas 1 y 2 y en la Figura 5 se ilustran los PASOS 1, 2, y 3 involucrados en la elaboración de los diagramas de dispersión para correlaciones, basados en datos de investigaciones en papas de Bolivia.

Una buena correlación entre el análisis del suelo y la respuesta del cultivo requiere que (1) se disponga de métodos efectivos de análisis para los tipos de suelos que están siendo analizados y (2) que los ensayos de campo o parcelas sean conducidos propiamente para proveer una información correcta del rendimiento relativo. Actualmente la mayoría de los laboratorios que trabajan cooperativamente con el Proyecto Internacional de Evaluación y Mejoramiento de la Fertilidad del Suelo han establecido por lo menos niveles críticos preliminares para fósforo y potasio. Muchos otros tienen correlaciones para elementos secundarios y algunos micronutrientes. A medida que la necesidad por una mejor información sobre los elementos secundarios y micronutrientes se intensifique, el concepto del nivel crítico deberá ser una herramienta especialmente valiosa en el trabajo de la fertilidad de los suelos.

Los datos de Bolivia usados en este estudio incluyen todos los experimentos llevados a cabo en una área usándose variedades pareadas en cada sitio. Los rendimientos absolutos variaron considerablemente entre variedades y entre sitios y sólo existió una relación muy limitada con los niveles de P (Figura 6). Por otro lado, los rendimientos relativos se correlacionaron muy bien con los análisis del suelo aún cuando éstos incluían diferentes variedades cuyos rendimientos absolutos variaron ampliamente (Figura 5). La correlación del rendimiento relativo

Tabla 2. PASO 2, Correlación
Cálculo del coeficiente de determinación (R^2) y del nivel crítico para la mejor división de dos poblaciones usándose el modelo discontinuo de dos medias: datos de papa, Bolivia

Ultimo valor del P del suelo incluído en la población 1	Población 1		Población 2		Nivel crítico postulado entre los valores	R-cuadrado para el nivel crítico postulado 1/
	Media del rendimiento relativo	Suma correjida de cuadrados de las desviaciones de la media (SCC^1)	Media del rendimiento relativo	Suma correjida de cuadrados de las desviaciones de la media (SCC^2)		
1	54	2	75	3,619	1 y 3	.17
3	59	233	81	2,470	3 y 7	.38
7	58	476	90	273	7 y 15	.83 2/
15	64	1,730	93	211	15 y 20	.56
20	67	2,530	100	0	20 y 35	.42

1/ $R = \frac{STCC - (SCC^1 + SCC^2)}{STCC}$; (Total de la suma correjida de cuadrados, TSCC, = 4370)

2/ Nivel crítico está entre 7 y 15.

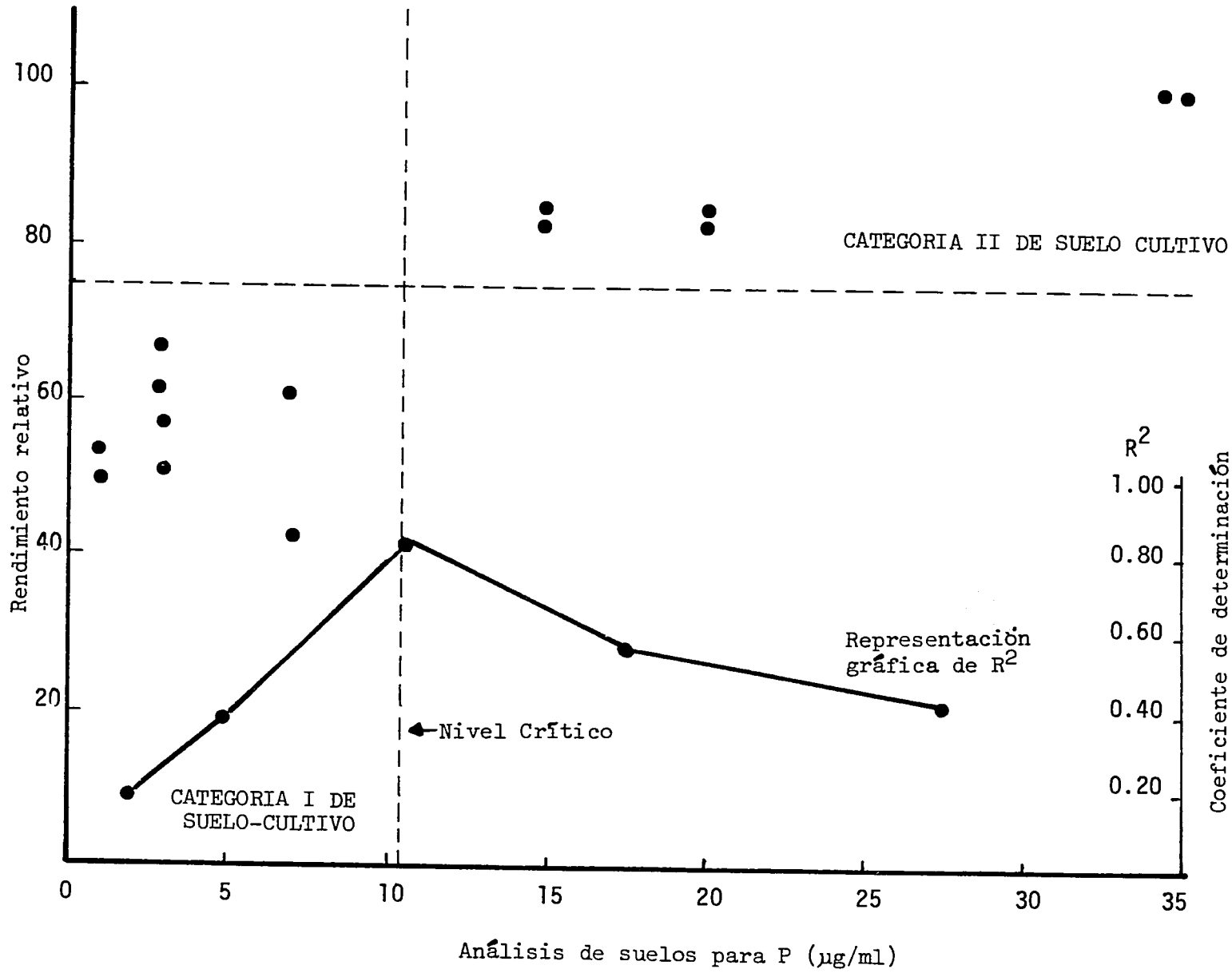


FIGURA 5. PASO 3.
Correlación y determinación de las categorías de suelo-cultivo mediante la preparación de un diagrama de dispersión (rendimiento relativo vs. el P del suelo) y la representación gráfica del coeficiente de determinación (R^2) para el modelo discontinuo de dos medias: datos de papas, Bolivia.

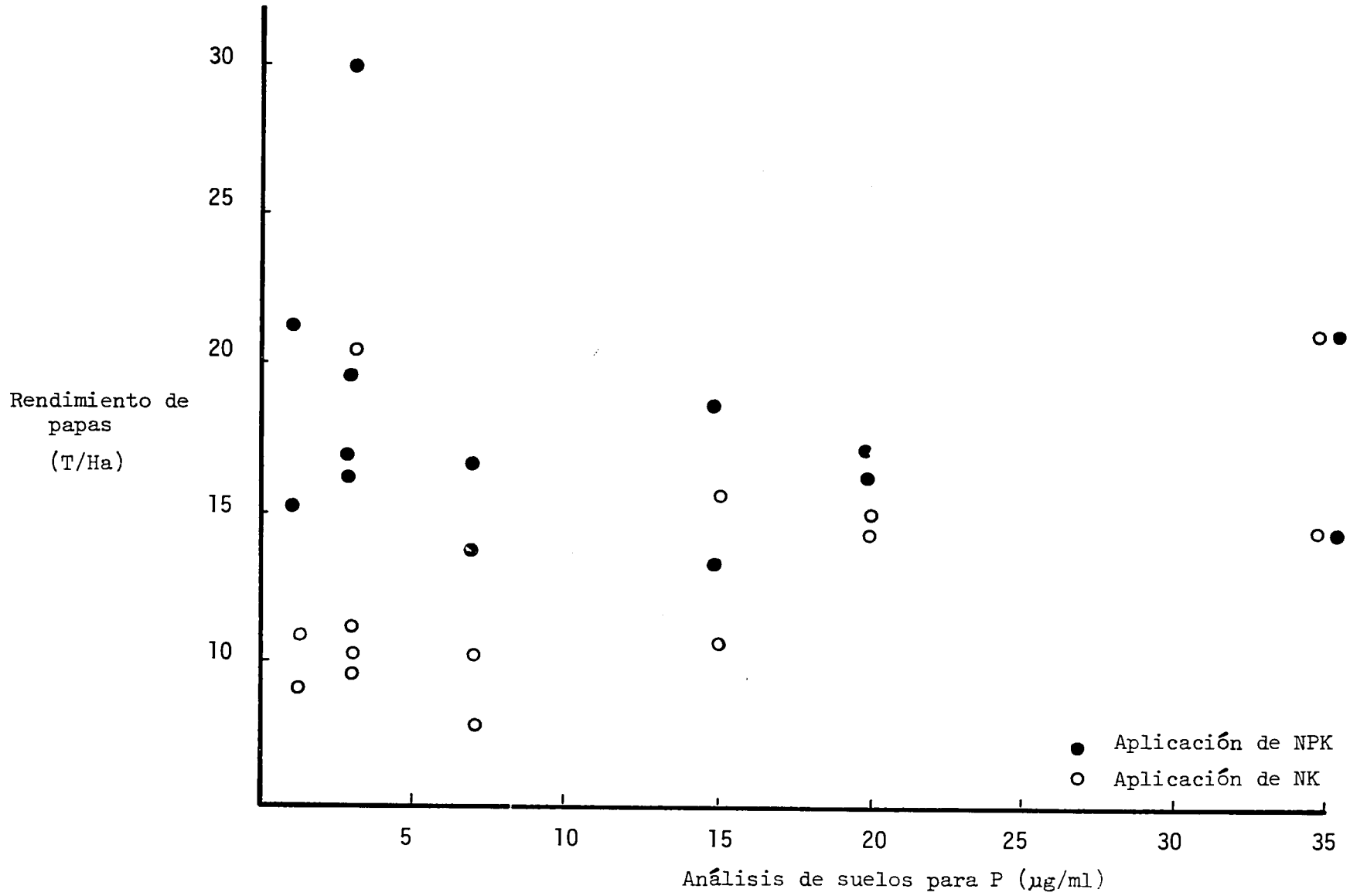


FIGURA 6. Relación entre el rendimiento absoluto y el P del suelo. Datos de papa, Bolivia. (Nótese la correlación limitada que existe entre el rendimiento absoluto y los análisis de suelos para P).

con el P del suelo muestra una figura clara de los sitios que respondieron (categoría I de suelo-cultivo) y áquellos que no respondieron a P (categoría II de suelo-cultivo). Los coeficientes de determinación (R^2) para el modelo discontinuo de dos medias (Tabla 2) muestran que el nivel crítico estaba entre 7 y 15 ppm. Normalmente, un diagrama de dispersión desarrollado en su totalidad sobre varios años y localidades proveerá más puntos en el área inmediata del nivel crítico haciendo la determinación más precisa (ver Figuras 3 y 4). La relación entre el diagrama de dispersión y los coeficientes de determinación (R^2) para el modelo discontinuo de dos medias se muestra en la Figura 5. El PASO 3 de correlación puede ser hecho ya sea con el diagrama de dispersión o con la determinación estadística de R^2 a través del modelo discontinuo de dos medias; ambos deberán dar el mismo nivel crítico.

Un punto final acerca de las correlaciones entre el análisis del suelo y el rendimiento relativo es que éstas son útiles sólamente para determinar categorías y subcategorías de suelo-cultivo y predecir cuando podrían ocurrir respuestas. Dichas correlaciones no establecen cuánto fertilizante se deberá aplicar para alcanzar un rendimiento dado. En otras palabras, el análisis del suelo no predice el rendimiento, pero si predice un rendimiento relativo. Con el objeto de establecer la relación entre la respuesta del rendimiento y la cantidad de aplicación de fertilizante asociada a dicha respuesta, es necesario elaborar otra clase de asociación, i.e., el modelo de respuesta al fertilizante. La interpretación de la respuesta del cultivo como función del fertilizante aplicado será cubierta en la Sección IV.

IV. INTERPRETACION DE LOS DATOS DE LA RESPUESTA AL FERTILIZANTE

El Propósito de la Interpretación de la Respuesta al Fertilizante

Con el objeto de seleccionar adecuadamente el modelo apropiado para describir la respuesta al fertilizante, se deberá definir el propósito de la interpretación. En este boletín se usa la siguiente definición:

El objetivo principal de la interpretación de los datos de la respuesta a los fertilizantes es el de establecer cuánto se deberá de aplicar de cada nutriente para lograr una respuesta dada de rendimiento dentro de una categoría predictible de suelo-cultivo.

La clave de esta definición se encuentra en el término categoría predictible de suelo-cultivo. Cualquier agricultor o agrónomo sabe que todos los cultivos no pueden ser tomados en cuenta en una forma conjunta cuando se está tratando de determinar cuánto de fertilizante se debe aplicar. Asi mismo, es tan importante también, al realizarse recomendaciones de fertilizantes, el no mezclar categorías desiguales de fertilidad del suelo, i.e., áquellos suelos que responden a un nutriente dado con áquellos que no responden. Idealmente, al interpretarse la respuesta a un nutriente, dentro de una categoría específica de suelo-cultivo, automáticamente se tiene como resultado una interpretación que corresponde tanto a una situación específica como a un sitio específico.

La predictibilidad de una categoría de suelo-cultivo depende de cuan bien un análisis del suelo puede separar suelos que responden

de áquellos que no responden a un nutriente en particular. El diagrama de dispersión para las correlaciones (Sección III) es una herramienta conveniente para hacer esta separación. Cuando un diagrama de dispersión de un rendimiento relativo y análisis de suelo, muestra un nivel crítico bien definido es notorio que existen dos categorías diferentes de fertilidad del suelo para dicho cultivo (bajo cierto rango de condiciones estudiadas). La interpretación subsiguiente de la respuesta al fertilizante deberá ser hecha entonces para cada categoría de suelo por separado.

Estudios de Interpretación Usándose Datos de Bolivia

Se resumirá en esta oportunidad los resultados obtenidos y las conclusiones hechas a base de una serie de estudios que abarcaban la interpretación de los datos de la respuesta al fertilizante. El propósito de este estudio fue el de determinar si el modelo discontinuo rectilíneo (respuesta lineal y rendimiento máximo estable) podía dar estimados suficientemente razonables de los requerimientos del nutriente para ser usado como un método rápido para interpretar los datos de la respuesta al fertilizante. Los datos analizados fueron obtenidos de experimentos llevados a cabo en Bolivia durante el período de 1969-1970. Se usó el mismo diseño central compuesto rotacional para todos los experimentos, siendo el tratamiento del punto central el único que fue repetido. El código usado para el tratamiento del punto central en estos experimentos fue 2-2-2 para N-P_2O_5-K_2O, respectivamente. El rango de los niveles

códigos para cada nutriente fue de 0 a 4. Las dosis de aplicación para P_2O_5 y K_2O se basaron en los análisis de suelos y el conocimiento previo de la respuesta del cultivo. Al momento de hacerse los sumarios de los datos y los análisis, se agruparon las localidades de acuerdo con las categorías de suelo-cultivo obtenidas mediante la técnica del nivel crítico descrita en la Sección II. Los tratamientos y los rendimientos para cada grupo se sumarizan en la Tabla B del Apéndice.

Se debe observar que los datos de la Tabla B del Apéndice representan observaciones sin replicaciones, con excepción del tratamiento 2-2-2 del punto central. Los experimentos de las categorías de suelo-cultivo I y II emplearon cada uno 8 replicaciones del tratamiento 2-2-2, mientras la categoría III utilizó 5 replicaciones y la IV y V, 3 replicaciones. La Tabla 3 resume los tratamientos incluídos en los promedios ponderados de los datos de rendimiento de un sólo nutriente de cada grupo.

Interpretación de la Respuesta al Fertilizante en Localidades Individuales

Inicialmente se realizó una interpretación preliminar de los datos mediante un análisis de regresión de las localidades individuales usándose el modelo cuadrático convencional e incluyéndose términos que representaban la interacción entre los elementos nutrientes. Los resultados de estos análisis son muy extensos y no se presentan aqui. Sin embargo, los resultados fueron útiles para demostrar que los tres

Tabla 3. Sumario de los tratamientos incluídos en las medias de los rendimientos de los nutrientes individuales para cada categoría de suelo-cultivo considerándose cinco niveles (0-4) de aplicación de N, P y K. 1/

Nutriente	Nivel	Tratamientos incluídos	Medias del rendimiento para cada categoría de suelo-cultivo				
			I	II	III	IV	V
			Ensayos en papas			Ensayos en trigo	
			T/Ha				
N	0	022	8.5	8.6	7.3	1.12	1.00
	1	111, 113, 131, 133	17.0	14.8	13.9	1.75	1.63
	2	222, 242, 224	18.8	16.0	16.0	1.82	2.16
	3	311, 313, 331, 333	19.8	16.2	14.0	1.96	1.86
	4	422	19.7	15.6	12.5	1.94	1.98
P	0	202	11.1	15.4	4.9	0.89	0.79
	1	111, 113, 311, 313	17.6	14.8	12.3	1.69	1.69
	2	222, 422, 224	18.8	15.9	15.0	1.93	2.20
	3	131, 133, 331, 333	19.2	16.2	15.7	2.02	1.80
	4	242	19.5	16.9	19.8	2.22	2.28
K	0	220	17.7	11.7	10.9	2.07	1.63
	1	111, 311, 331, 131	18.0	16.0	14.1	1.93	1.73
	2	222, 422, 242	18.8	16.3	15.8	2.03	2.19
	3	113, 133, 313, 333	18.7	15.0	18.5	1.78	1.77
	4	224	19.9	12.7	14.3	1.88	2.33

1/ De la Tabla B del Apéndice.

nutrientes contribuyeron en la respuesta a la fertilización en al menos algunos experimentos, asi como también, mostraron que la interacción entre los nutrientes fue significativa para un número de experimentos. Por ejemplo, en suelos que respondieron a N y P no se pudo estudiar la respuesta a N hasta que no se suministró suficiente P hasta que éste dejase de ser un factor limitante. Se tiene entonces que para facilitar comparaciones subsiguientes de los nutrientes individuales entre modelos, en la ausencia de términos de interacciones, los tratamientos cero de los nutrientes acompañantes debieron ser eliminados en el análisis. Específicamente, los tratamientos 202 (P cero) y 220 (K cero) fueron eliminados cuando la respuesta a nitrógeno estaba siendo estudiada. (Se asumió que el nivel 1 de los nutrientes acompañantes era suficientemente alto para permitir una figura real de la respuesta del nutriente bajo estudio). Asi como también, los tratamientos 022 y 220 fueron eliminados para determinar la curva de P, mientras los 022 y 202 fueron eliminados para la curva de K. No se usó el tratamiento 000 en ninguno de los análisis de la respuesta ya que este no reunía los requisitos del rendimiento con el nutriente al mínimo (ver Sección II).

A través de computadoras se realizaron análisis de regresión para cada uno de los 28 experimentos, utilizándose los modelos cuadrático, raíz cuadrada, y logarítmico. Luego se hizo otro análisis de regresión basado en los mismos conjuntos de datos con dos variaciones del modelo discontinuo rectilíneo, asumiéndose en el primer caso que los niveles del tratamiento 0 y 1 estaban en la pendiente de la

respuesta mientras que los niveles 2, 3 y 4 estaban en la línea del rendimiento máximo estable. En otro caso, se asumió que los niveles 0, 1 y 2 estaban en la pendiente de la respuesta mientras que los niveles 3 y 4 estaban en la línea del rendimiento máximo estable. El R^2 para evaluar el ajuste fue determinado de la siguiente manera:

$$R^2 = \frac{\text{Suma de cuadrados de la regresión (2 grados de libertad)}}{\text{Suma de cuadrados de los tratamientos (12 grados de libertad)}}$$

Los resultados del R^2 del análisis de regresión de los datos para cada modelo se dan en la Tabla C del Apéndice (sólo se muestran áquellas funciones que dieron respuestas significativas en el rendimiento).

Los resultados obtenidos mediante el ajuste de los datos de la respuesta de experimentos individuales a los diversos modelos, señalan que cada función se ajusta mejor a algunos datos que a otros. (En algunos casos el R^2 para todos los modelos es muy bajo debido a una respuesta muy pequeña del nutriente). La función que mejor describe la respuesta de un ensayo de campo es algunas veces la peor para describir la respuesta de otro. Una conclusión lógica sobre este aspecto podría ser que, para propósitos de predicción, cualquiera de las formas algebraicas podrían igualmente servir para describir las funciones de la respuesta. Sin embargo, el modelo discontinuo rectilíneo dió el mejor ajuste de R^2 para los datos de 27 de las 37 funciones de respuestas significativas estudiadas, en comparación con 3, 6 y 1 de los modelos cuadráticos, raíz cuadrada y logarítmico, respectivamente (Tabla C del Apéndice). El modelo discontinuo

rectilíneo debe ser reconocido como un modelo apropiado de trabajo que sirve para describir e interpretar la respuesta a los fertilizantes en experimentos individuales.

Interpretación de la Respuesta al Fertilizante Para un Conjunto de Localidades

Asi mismo, se hicieron comparaciones de los datos entre los diferentes modelos para un conjunto de experimentos en vez de experimentos individuales. Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla D del Apéndice y están representados gráficamente en el Apéndice (Figuras A hasta la J) para todas las localidades de una categoría en conjunto. Mientras que el modelo discontinuo rectilíneo mostró claramente que era mejor que los modelos curvilíneos para la mayoría de las localidades individuales, se encontró menor diferencia entre los modelos al trabajarse con localidades combinadas. Esto se debe probablemente al hecho de que al promediar el conjunto de datos de las localidades individuales, cuyas pendientes de respuestas y rendimientos máximos estables eran diferentes, matemáticamente se obtenía una respuesta de promedio curvilíneo, aún cuando las respuestas individuales eran caracterizadas esencialmente por las dos líneas rectas del modelo discontinuo rectilíneo, (Boyd, 1970; Bartholomew, 1972).

En el Apéndice se muestran representaciones gráficas de los datos de la respuesta de cada grupo. Estos gráficos de los datos de respuestas han usado las medias de todos los experimentos del conjunto de localidades, de tal modo que fácilmente puede verse el rango de observaciones

y el efecto ponderado de los números desiguales de las observaciones en cada nivel (Figuras A hasta la J del Apéndice). Se trazó la línea de respuesta predictiva a través de los puntos para cada modelo de respuesta estudiado. Más adelante, en esta misma sección, se presenta una discusión sobre la interpretación de las respuestas.

Los residuos del análisis de regresión son quizás más importantes de mención que el ajuste del modelo a la función de la respuesta. Idealmente, los residuos deben salir al azar (i.e., distribuídos igualmente en los lados positivos y negativos de la línea de referencia). Sin embargo, los modelos curvilíneos mostraron algunas tendencias consistentes en los residuos para los experimentos individuales de este estudio, indicando una tendencia al sesgamiento. Por otra parte, cuando se usó el modelo discontinuo rectilíneo estos residuos parecían estar más apropiadamente al azar. Los trabajos de Boyd (1970) y Anderson y Nelson (1971) indicaron un sesgamiento similar con el modelo cuadrático. En la Figura K del Apéndice se da un ejemplo de las representaciones gráficas de los residuos para seis localidades del Grupo 2, nitrógeno. En este ejemplo el modelo cuadrático muestra residuos negativos en los niveles 0 y 3, y residuos positivos en los niveles 1 y 4. Las tendencias de los residuos de los modelos raíz cuadrada y logarítmico no se muestran pero parece que son intermedias entre el modelo cuadrático y el modelo discontinuo rectilíneo en casi todos los casos.

Interpretación Gráfica de los Datos de la Respuesta

La mayoría de los agrónomos gozan de muy poco tiempo para analizar los resultados de un grupo de experimentos antes de iniciar un plan para un experimento subsiguiente. Un método gráfico rápido para interpretar los datos de la respuesta a fertilizantes podría, entonces, ser invalorable para evaluar las dos partes de la función de la respuesta: la respuesta lineal y el rendimiento máximo estable. Igualmente, una técnica rápida podría ser de utilidad para áquellas personas que están encargadas de hacer recomendaciones de fertilizantes basadas en los análisis de los suelos ya que se pueden considerar nuevos datos y fácilmente determinar el nivel adecuado de fertilización. El procedimiento gráfico que se describe a continuación se sugiere como un medio rápido de lograr una primera aproximación de los datos de la respuesta. El procedimiento matemático detallado se describe en las páginas 53 a 56. (Los PASOS 4 y 5 son continuación de los PASOS 1-3 ilustrados en la Sección III).

Organizar los Datos de la Respuesta a un Nutriente Individual

Se calculan las medias de los rendimientos que corresponden a las diversas dosis de aplicación, i.e., el nivel 0, nivel 1, nivel 2, etc. siguiéndose el modelo de las Tablas 3 y 4. Si el diseño contiene más o menos de cinco niveles se puede seguir un procedimiento similar, teniendo cuidado de eliminar las combinaciones de nutrientes incompletas o inadecuadas (áquellas con niveles 0 de los nutrientes acompañantes) en las medias de los tratamientos completos que están siendo evaluados.

Tabla 4. PASO 4, Interpretación.
Cálculo de la media del rendimiento de cada nivel del nutriente para cada categoría de suelo-cultivo 1/

Categoría I de suelo-cultivo			Categoría II de suelo-cultivo		
Nivel de P	Rendimiento	No. de observaciones incluídas	Nivel de P	Rendimiento	No. de observaciones incluídas
	T/Ha			T/Ha	
0	11.1	8	0	15.4	6
1	17.6	32	1	14.8	24
2	18.6	80	2	15.9	60
3	19.2	32	3	16.2	24
4	19.5	8	4	16.9	6

1/ Resumen de la Tabla 3.

Este paso es necesario para reunir los requisitos del concepto de la Ley del Mínimo (Sección II). Se hace una representación gráfica del rendimiento de un solo nutriente vs. la aplicación del nutriente usándose las medias del rendimiento para cada nivel. El mejor procedimiento a seguirse para una representación gráfica de este tipo es el de arreglar los gráficos de cada nutriente lado a lado tal como se muestra en la Sección V, pág.66 . Si los gráficos de respuesta a los nutrientes son colocados lado a lado existirá un rendimiento máximo estable común para todos los nutrientes, suministrándose de esta manera más puntos a través de los cuales la línea de rendimiento máximo estable puede ser graficada más fácilmente de una manera visual.

Establecer la Significancia Estadística del Rendimiento Entre los Niveles de los Tratamientos

Se calculan las Diferencias Límites Significativas (DLS) entre las medias de un nutriente en particular. Estas Diferencias Límites Significativas son de utilidad para determinar cuales de los puntos del rendimiento son iguales, y que, entonces, deben estar considerados en el rendimiento máximo estable. Las técnicas para calcular las DLS, asi como un ejemplo de los cálculos que se hacen, se dan en la Tabla E del Apéndice.

Establecer el Rendimiento Máximo Estable

Haciendo uso del mejor ajuste se traza una línea horizontal a través de todos los puntos que son iguales y que se encuentran dentro del rango del error experimental (Figura 7). Si la línea del rendimiento máximo estable incluye el nivel 0, entonces, obviamente no existe una respuesta a ese nutriente. Si esta línea incluye los niveles 1 al 4 (excluyéndose sólamente el 0) entonces la dosis de aplicación necesaria para alcanzar ese rendimiento se asume que está en el nivel 1 o menos. Si esta línea incluye sólamente los puntos del nivel 2 o mayores, se debe de establecer una pendiente en la respuesta (incremento en el rendimiento).

Establecer la Pendiente de la Respuesta

La pendiente de la respuesta se establece conectando el rendimiento con el nutriente al mínimo con el rendimiento máximo estable. Esto se hace trazando una línea recta mediante el mejor ajuste posible a través de todos los puntos que no hayan sido incluídos en el rendimiento máximo estable (Figura 7). Si la dosis de aplicación del nivel 2 ha sido considerada en la línea del rendimiento máximo estable, la línea de respuesta se establece conectando los rendimientos del nivel 0 y del nivel 1 hacia arriba con la misma pendiente hasta que ésta intersecte la línea del rendimiento máximo estable (categoría I de suelo-cultivo, Figura 7). Si el nivel 2 ó el 3 no se encuentran en el máximo estable, la línea de respuesta debe ser ajustada a través de estos puntos, asi como también, los niveles 0 y 1 (Figura 8).

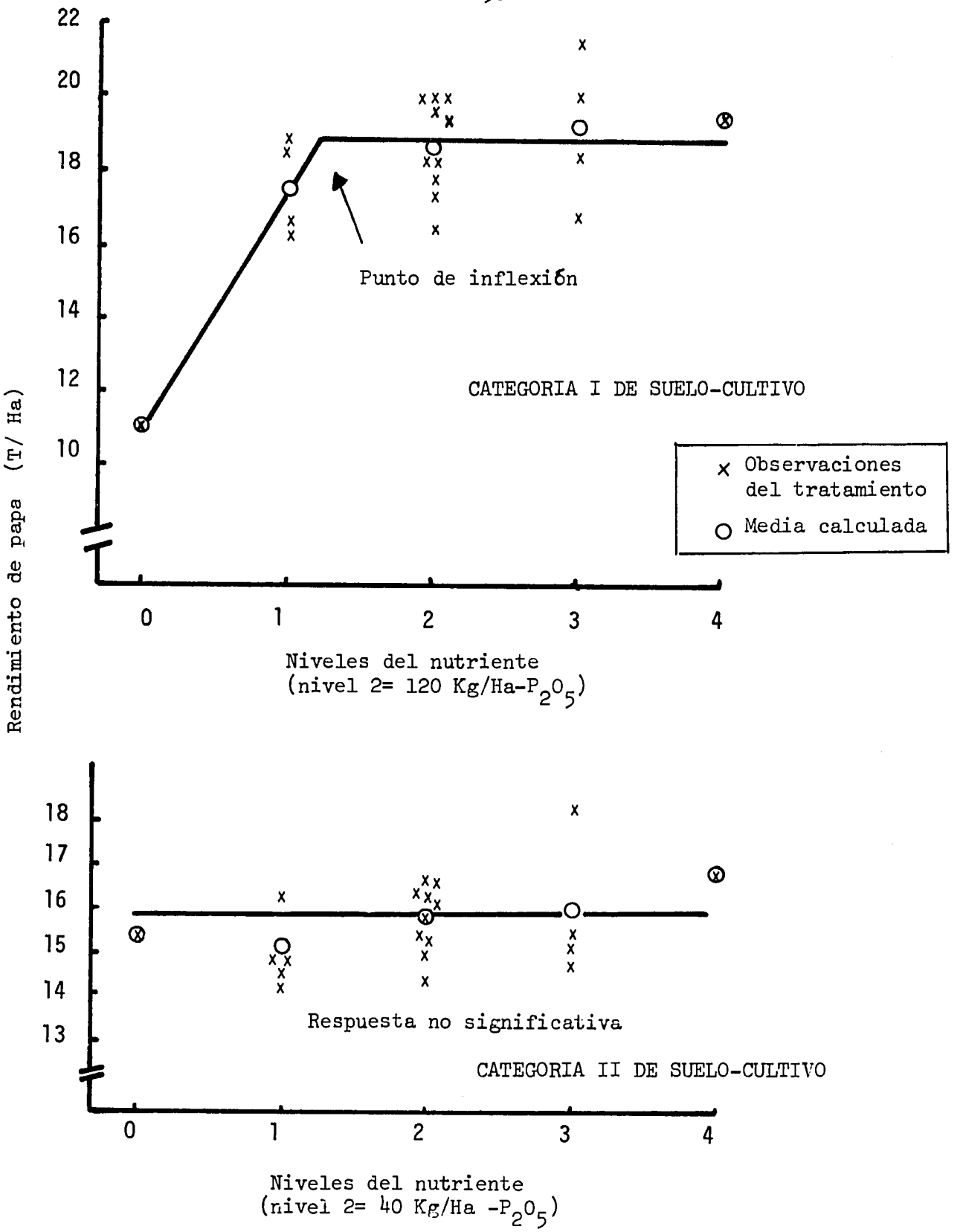


FIGURA 7. PASO 5, Interpretación.
Determinación de las líneas rectas del modelo discontinuo rectilíneo para la interpretación de la respuesta (DSL, pág.84)

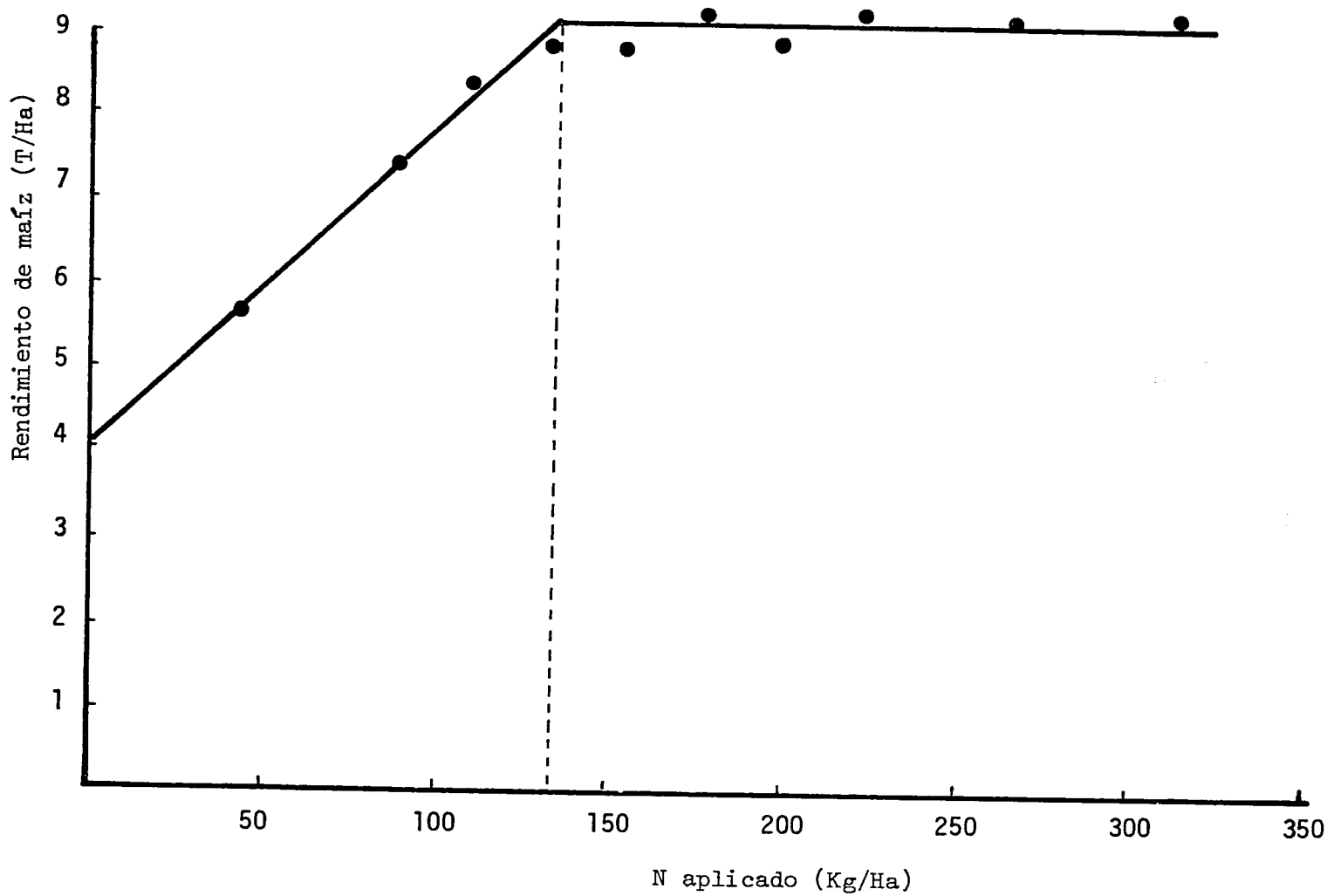


FIGURA 8. Ejemplo del uso del modelo discontinuo rectilíneo para la interpretación de ensayos que tienen muchos niveles de aplicación del nutriente (datos tomados de Hunter y Youngen, 1955).

Establecer el Punto de Inflexión del Rendimiento

Se traza una línea perpendicular desde el punto de intersección de las dos líneas hasta el eje de X para obtenerse el estimado del requerimiento del nutriente.

La línea de la respuesta (pendiente) establecida por el procedimiento gráfico no debe ir a la derecha del primer punto del rendimiento incluído en el rendimiento máximo estable. Por ejemplo, nótese en la categoría I de suelo-cultivo que la línea de la respuesta trazada a través de los niveles 0 y 1 de K podría intersectar el máximo estable a la derecha del nivel 2 (pág. 66). Cuando este es el caso, se traza una línea de respuesta conectando los niveles 0 y 2 de las dosis de aplicación. Normalmente, el punto de un rendimiento pobre en un nivel bajo de aplicación indica que algún factor ha prevenido al cultivo de desarrollarse normalmente en esa dosis de fertilización. Esto representa el efecto Sigmoideo. Este tipo de condición podría desarrollarse también, por ejemplo, si la fijación de P fuera muy fuerte y las dosis de aplicación fueran relativamente bajas. En este caso, sería mucho más apropiado trabajar con el rendimiento del nivel 2 de aplicación ya que la eficiencia de uso del fertilizante a éste nivel es mejor que la del nivel 1 .

Los puntos del rendimiento de los datos que están siendo utilizados como ejemplos (Figura 7) son los promedios ponderados basados en números desiguales de las observaciones de cada nivel. En experimentos replicados uniformemente éste no sería el caso. El número de observaciones

incluído en cada media se muestra en el PASO 4, Tabla 4. Nótese que el punto más preciso (el número más alto de observaciones) es el nivel 2 replicado. Los puntos menos precisos del rendimiento son los niveles 0 y 4. Esto explica en parte, la razón por la cual el nivel 4 del rendimiento para la categoría I de suelo-cultivo está sobre la línea.

Interpretación Matématica de la Respuesta a Fertilizantes Usando el Modelo Discontinuo Rectilíneo

Matemáticamente, la función que se ajusta mediante el modelo discontinuo rectilíneo es:

$$y = a + bx \text{ (dónde Y máx. se obtiene en la rec. x)}$$

dónde,

y = rendimiento (y_0, y_1, y_2 son las observaciones del rendimiento obtenido experimentalmente con los niveles 0, 1, etc. de aplicación del nutriente).

a = rendimiento con el nutriente al mínimo. Este es el intercepto de y (el punto dónde la línea de la respuesta intercepta al eje de y).

b = la pendiente de la respuesta. i.e, aumento en rendimiento (y) por unidad de incremento en la aplicación del nutriente (x).

x = Cantidad aplicada del nutriente (x_1, x_2 , etc.).

Y máx = rendimiento máximo estable

La cantidad de nutriente requerida para alcanzar el rendimiento máximo estable se toma como la cantidad recomendada de x (rec. x) de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$\text{rec. } x = \frac{Y \text{ máx.} - a}{b} = \frac{\text{Rend. máximo estable - rend. con el nutriente al mínimo}}{\text{pendiente}}$$

Ejemplos de cálculos matemáticos y preparación de gráficos para el uso de funciones discontinuas rectilíneas de respuesta se ilustran en las Figuras M - S del Apéndice. Dichas ilustraciones incluyen todas las determinaciones posibles hasta un máximo de cinco puntos de observación en la pendiente de la respuesta.

Los siguientes pasos básicos se sugieren para realizar los cálculos de las ecuaciones utilizando el modelo discontinuo rectilíneo.

Experimentos de Nutrientes Individuales

1. Calcular los promedios de los rendimientos para cada nivel de aplicación del nutriente y preparar gráficos similares a los de las Figuras M - S del Apéndice.

2. Calcular la suma de cuadrados de las desviaciones asociadas con el ajuste de los datos observados en el modelo de respuesta, tal como se ilustra en la Tabla F del Apéndice.

3. Adoptar el modelo que minimize la suma de cuadrados de las desviaciones como la mejor interpretación de la respuesta. (Por ejemplo, en la Tabla F, los modelos 1-a, 2 y 3 representan tres posibles interpretaciones de un mismo grupo de datos. Entre ellos, el modelo 2 da la suma de cuadrados mínima y se adoptaría como la mejor interpretación).

Experimentos de Múltiples Nutrientes

1. Calcular los promedios de los rendimientos para cada nivel de aplicación del nutriente como se señala en la pág. 46. Si algunos de los tratamientos contienen números desiguales de replicaciones, usar promedios ponderados (ver Tabla 4). Preparar gráficos similares a

áquellos mostrados en las páginas 66 y 67.

2. Calcular el promedio total del rendimiento de todos los tratamientos con excepción de áquellos que tienen un nivel cero de cualquier nutriente. Este promedio de rendimiento será usado como un "rendimiento máximo estable provisional".

3. Comparar la respuesta del rendimiento usando la prueba de la Diferencia Límite Significativa (DLS), comparando el rendimiento al nivel cero de cada nutriente con el "rendimiento máximo estable provisional", (Tabla E del Apéndice). Como alternativa se podría usar el 25 % del "rendimiento máximo estable provisional" como una Diferencia Límite Significativa apropiada.

4. Identificar todas las observaciones de los tratamientos que sean significativamente diferentes del "rendimiento máximo estable provisional". Calcular un nuevo rendimiento máximo estable suprimiendo tanto los tratamientos significativamente diferentes como los niveles cero de cualquier nutriente.

5. Comparar los diversos modelos de respuesta discontinua rectilínea por medio de la suma de cuadrados de las desviaciones en la misma forma que fue descrita para los experimentos de los nutrientes individuales, Figuras M-S del Apéndice. (Recuérdese que el rendimiento máximo estable para la interpretación de múltiples nutrientes deberá ser la misma para todos los nutrientes pertenecientes a un experimento dado (ver pág. 66 y 67). Seleccionar el modelo que minimize la suma de cuadrados de las desviaciones.

Los ejemplos dados en las Figuras M - S del Apéndice presentan cálculos usados para niveles codificados y no codificados de aplicación del nutriente. Los cálculos codificados simplifican el procedimiento pero éstos están restringidos a los datos en los cuales los niveles de aplicación involucran incrementos iguales.

Diseños Experimentales e Interpretación de la Respuesta al Fertilizante

Los datos que sirvieron para ilustrar PASOS 4-5 en el procedimiento para la correlación e interpretación fueron tomados de ensayos de campo llevados a cabo con un diseño central compuesto rotacional. Este diseño ha sido empleado en diversos países por investigadores ansiosos por desarrollar superficies de respuesta mediante las cuales se pueda predecir la combinación de los nutrientes requeridos para alcanzar un rendimiento dado. Tradicionalmente, se usa el modelo de respuesta cuadrático en conexión con el uso del diseño central compuesto rotacional, lo que resulta en una función similar a áquellas demostradas por el cuadrático en las figuras del Apéndice. En el análisis de los datos de Bolivia tuvimos como resultado que el R^2 para el ajuste fue consistentemente más bajo en el cuadrático que en los otros modelos. Aún más, las predicciones del modelo cuadrático sobre el requerimiento del nutriente para alcanzar un rendimiento máximo eran altas y variaban ampliamente entre localidades dentro de una categoría dada de suelo-cultivo. Un ejemplo notable de la diferencia

total entre el modelo cuadrático y el modelo discontinuo rectilíneo se ilustra gráficamente para la categoría I de suelo-cultivo (P) en la Figura B del Apéndice. Mientras que todos los modelos tienden a exhibir cierto sesgamiento, ya sea sobre o debajo de lo que es una interpretación ideal, el mayor sesgamiento (siempre sobreestimando el requerimiento del nutriente) parece estar asociado con el modelo cuadrático.

El uso del concepto del modelo discontinuo rectilíneo permite una estimación tentativa del requerimiento del nutriente aún para datos de respuesta basados sólamente en tres niveles del nutriente. La Figura 9 muestra los tres resultados posibles para dicha interpretación sobre el requerimiento del nutriente: nivel 1 ó menor, entre los niveles 1 y 2, nivel 2 ó mayor. En vista del enorme número de experimentos de campo que han sido llevados a cabo con tan solo tres niveles de nutrientes (generalmente factoriales 3x3x3) se necesita urgentemente otro tipo de modelo de respuesta (que no sea el cuadrático tradicional). Los resúmenes de los datos, elaborados por el Proyecto Internacional de Evaluación y Mejoramiento de la Fertilidad del Suelo, indican que la interpretación mediante el modelo discontinuo rectilíneo, en factoriales 3 x 3 x 3, da estimados lógicos del requerimiento del nutriente. Aún más, los estimados son sorprendentemente consistentes cuando se hacen interpretaciones dentro de categorías de suelo-cultivo formadas adecuadamente. Por otra parte, la interpretación curvilínea de estos mismos datos comúnmente

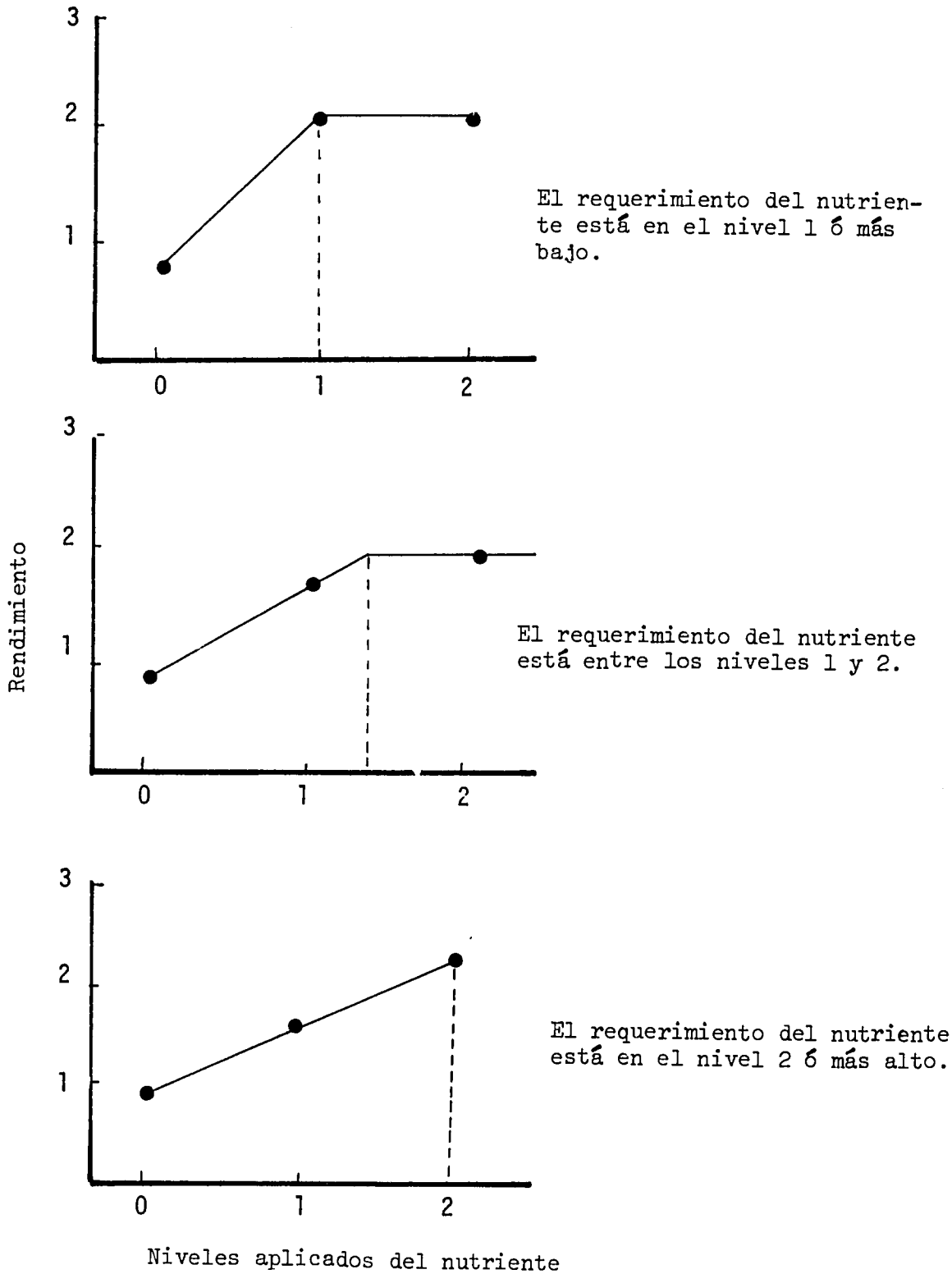


FIGURA 9. Estimación del requerimiento del nutriente mediante el modelo discontinuo rectilíneo en experimentos que tienen sólo tres niveles aplicados del nutriente.

da predicciones de rendimientos máximos los cuales son mayores que cualesquiera de las observaciones medidas en los experimentos, y como resultado, se obtienen predicciones irrazonables del requerimiento del nutriente.

La interpretación de los datos de la respuesta a los fertilizantes es, por supuesto, mucho más fácil y más precisa cuando los niveles de los nutrientes bajo estudio son de un número grande. La mayoría de los ensayos de campo resumidos a través del modelo rectilíneo de Boyd (1970) tuvieron siete niveles o más, obteniéndose asi una figura evidente de linearidad, tanto para la respuesta como para la porción estable de la función de la respuesta. Bartholomew (1972) en el estudio que realizó sobre la respuesta a nitrógeno, también demostró que las funciones lineales dobles, trazadas a través de un gran número de puntos, facilitaron la determinación del punto de inflexión, y dieron una estimación real de la cantidad de nitrógeno que debe ser aplicada para alcanzar un rendimiento máximo estable. Un ejemplo de la respuesta de maíz a 10 niveles de aplicación de N se muestra en la Figura 8 (Hunter y Youngen, 1955). Esto indica por lo tanto, que los ensayos de nutrientes individuales de por lo menos siete niveles de nutrientes deben ser recomendados para estudios futuros con el fin de poder determinarse los niveles óptimos de los fertilizantes.

Interacción entre Nutrientes y la Respuesta a un Nutriente Individual

En el pasado, uno de los objetivos principales de los diseños experimentales ha sido el medir la interacción de los nutrientes. Esta interacción se presenta de diferentes maneras a través de los resultados experimentales. La más común ocurre cuando simultáneamente más de un nutriente contribuye a una respuesta dada. En estos casos, cualquier nutriente limitante afectará la respuesta de cualquier otro nutriente (Figura 1). Por ejemplo, tenemos que N y P comúnmente dan esta clase de interacción en suelos bajos en ambos nutrientes.

Un tipo diferente de interacción puede ocurrir si la aplicación de un nutriente produce una respuesta asociada, la cual es debida en parte a un factor secundario. Un ejemplo de una respuesta asociada es la respuesta a P en suelos no encalados, altos en Al, en ensayos conducidos en el Perú y que fueran mencionados previamente. En estos suelos, las dosis cada vez más altas de P (como superfosfato simple) reducieron la toxicidad de Al y suministraron Ca adicional. El resultado final fue que la respuesta podía ser atribuída a la corrección de la deficiencia de P ó a la reducción de la toxicidad de Al (como si fuera encalado) ó a ambas (pág. 29). Otro ejemplo de una respuesta asociada es aquella causada por la liberación de N orgánico del suelo a través de una acción microbiológica simulada por la adición de P. En estos dos ejemplos, la respuesta total que ocurre en el rendimiento no puede ser atribuída únicamente al efecto de P.

Las interacciones de las respuestas asociadas no pueden ser detectadas a través de los tratamientos de los fertilizantes o de los análisis estadísticos convencionales. Sin embargo, pueden ser descubiertas fácilmente examinándose las observaciones que están fuera del límite en los diagramas de correlación de Cate y Nelson (pág. 26), u observándose las características de las respuestas que no son usuales en los modelos discontinuos rectilíneos.

En experimentos de campo el número total de parcelas que pueden ser controladas convenientemente es tal que el investigador debe limitar el número total de éstas. Por consiguiente, generalmente sucede que se debe elegir entre (1) restringir el número de las dosis de aplicación con el fin de estudiar los efectos principales y las interacciones entre los diversos nutrientes, ó (2) controlar, ignorar, o pasar por alto la interacción y estudiar la respuesta a un número grande de dosis de aplicación de un nutriente individual. Lo último suministrará una información de confianza de la respuesta a un nutriente dado siempre que los niveles de los nutrientes acompañantes son suministrados en cantidades adecuadas, pero no excesivas. En la mayoría de los casos, un buen investigador puede establecer los niveles adecuados de los nutrientes acompañantes mediante los resultados obtenidos en estudios previos realizados en el laboratorio y/o conducidos con anterioridad. En casos donde se han suministrado dosis inadecuadas, la interpretación de la respuesta por el modelo discontinuo rectilíneo mostrará fácilmente que ajustes son necesarios para estudios futuros.

V. PREPARACION DE RECOMENDACIONES DE FERTILIZANTES SOBRE BASES ECONOMICAS SOLIDAS

El tema de las discusiones de las secciones anteriores se relacionó mayormente con técnicas para correlacionar los análisis de los suelos con las respuestas de las plantas a los fertilizantes como un medio para establecer categorías predictibles de suelo-cultivo. Las discusiones siguientes versaron sobre la interpretación de los datos de la respuesta al fertilizante en sitios individuales o en sitios combinados pertenecientes a una categoría particular de suelo-cultivo. Los modelos discontinuos usados en la correlación e interpretación proveen la información básica sobre la cantidad de fertilizante requerida para alcanzar una respuesta dada en el rendimiento. El último paso, antes de hacerse las recomendaciones, es aplicar algunos criterios económicos para determinar si la operación resultará en beneficio neto para el agricultor.

En las secciones anteriores se ha enfatizado que los rendimientos mismos son muy difíciles de predecir debido a la influencia de muchos factores incontrolables que los afecta. En la práctica, esta situación puede ser mostrada gráficamente usándose como ejemplo los datos de la categoría I de suelo-cultivo (Figura 10). Los ocho experimentos mostrados en la Figura 10 fueron dirigidos por el mismo agrónomo, en el mismo año, y en la misma zona, usándose variedades mejoradas. Aún asi, los rendimientos absolutos variaron hasta cerca de un 150 por ciento. En cambio, los rendimientos relativos variaron en

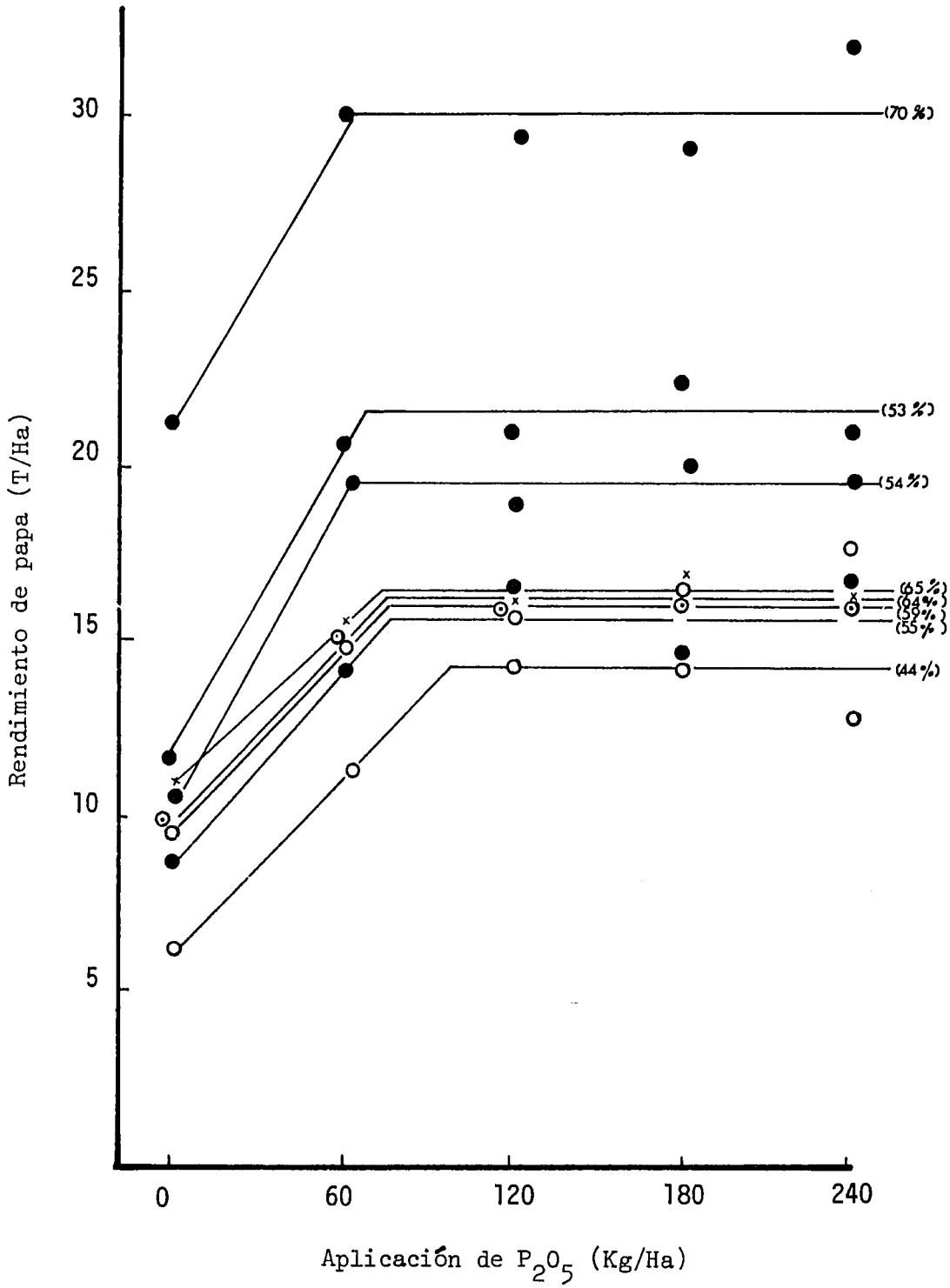


FIGURA 10. Variación del rendimiento entre sitios individuales pertenecientes a la categoría I de suelo-cultivo, datos de Bolivia 1/

1/ Los números en paréntesis son rendimientos relativos = $\frac{\text{Rend. con el Nut. al mínimo}}{\text{Rend. Máximo estable}} \times 100$

tan sólo un 40 por ciento, dando como resultado una respuesta razonable de predicción. Tenemos entonces, que se puede predecir con mayor precisión el incremento relativo en el rendimiento producido por cierta dosis del fertilizante, que predecir cual sería el aumento absoluto. Para la evaluación económica de las diferentes recomendaciones de fertilizantes, se deberá de tener en cuenta los límites de las predicciones.

Opciones de Nutrientes Individuales o Múltiples al Hacerse las Recomendaciones

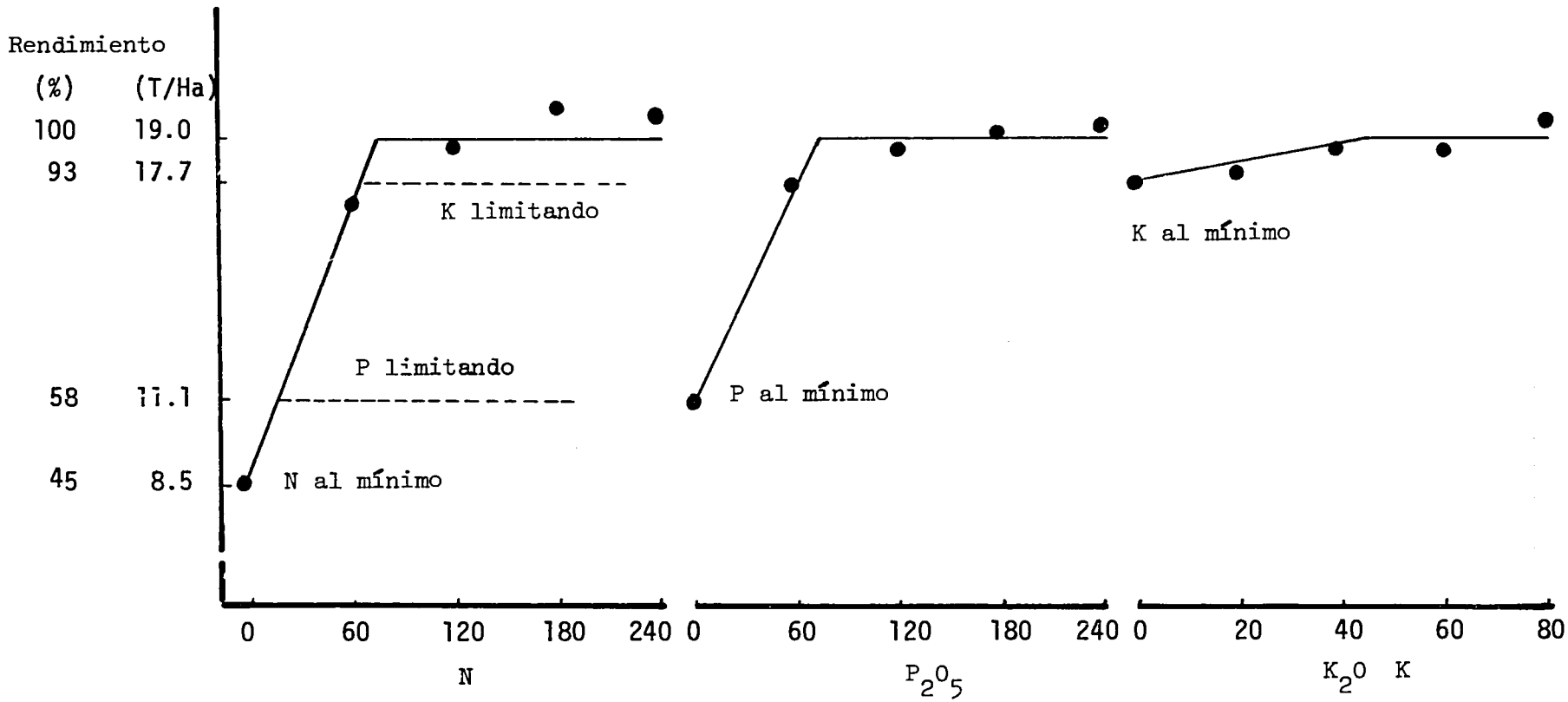
El PASO 5 que ilustra la interpretación de los datos de la respuesta al fertilizante (Figura 7, Sección IV) describe las funciones de los nutrientes individuales. Cuando se está evaluando la respuesta a un nutriente se deberá incluír únicamente áquellos tratamientos dónde los otros nutrientes fueron suministrados en cantidades adecuadas.

Se deberá recordar que el concepto que se sigue en el presente manuscrito sobre el uso práctico de las respuestas a los nutrientes individuales, es esencialmente áquel de Liebig (un esquema idealizado de este concepto se mostró en la Figura 1). Si los factores limitantes B, C, y D de la Figura 1, son considerados como fertilizantes, se puede establecer asi el rendimiento con el nutriente al mínimo para cada nutriente. El rendimiento con el nutriente al mínimo es el rendimiento en el cual la respuesta a un nutriente en particular comienza. Cuando el cultivo responde simultáneamente a varios nutrientes es necesario, entonces, interpretar las respuestas en conjunto.

La interpretación de los nutrientes múltiples de la respuesta a N, P y K para la categoría I de suelo-cultivo se presenta en la Figura 11. Aqui, se puede ver que el rendimiento máximo estable requiere los tres nutrientes. El nitrógeno es el nutriente más limitante en esta categoría de suelo-cultivo, tanto que parece posible obtenerse algo de mejoramiento con tan sólo la aplicación de N para este grupo en particular. (Sin embargo, otras áreas generalmente muestran una limitación aproximadamente similar para N y P cuando el P del suelo es bajo. Cuando se conoce que este puede ser el caso, es imprudente darle mucha confianza al efecto posible de una aplicación de un nivel bajo de un sólo nutriente. Al final la interpretación muestra, en efecto, que N y P se necesitan casi igualmente).

La categoría II de suelo-cultivo muestra una respuesta alta a N, una moderada a K, y ninguna respuesta a P (Figura 12). Recuérdese que esta categoría representa suelos que están sobre el nivel crítico para P, y en este caso, se espera una pequeña respuesta o ninguna respuesta.

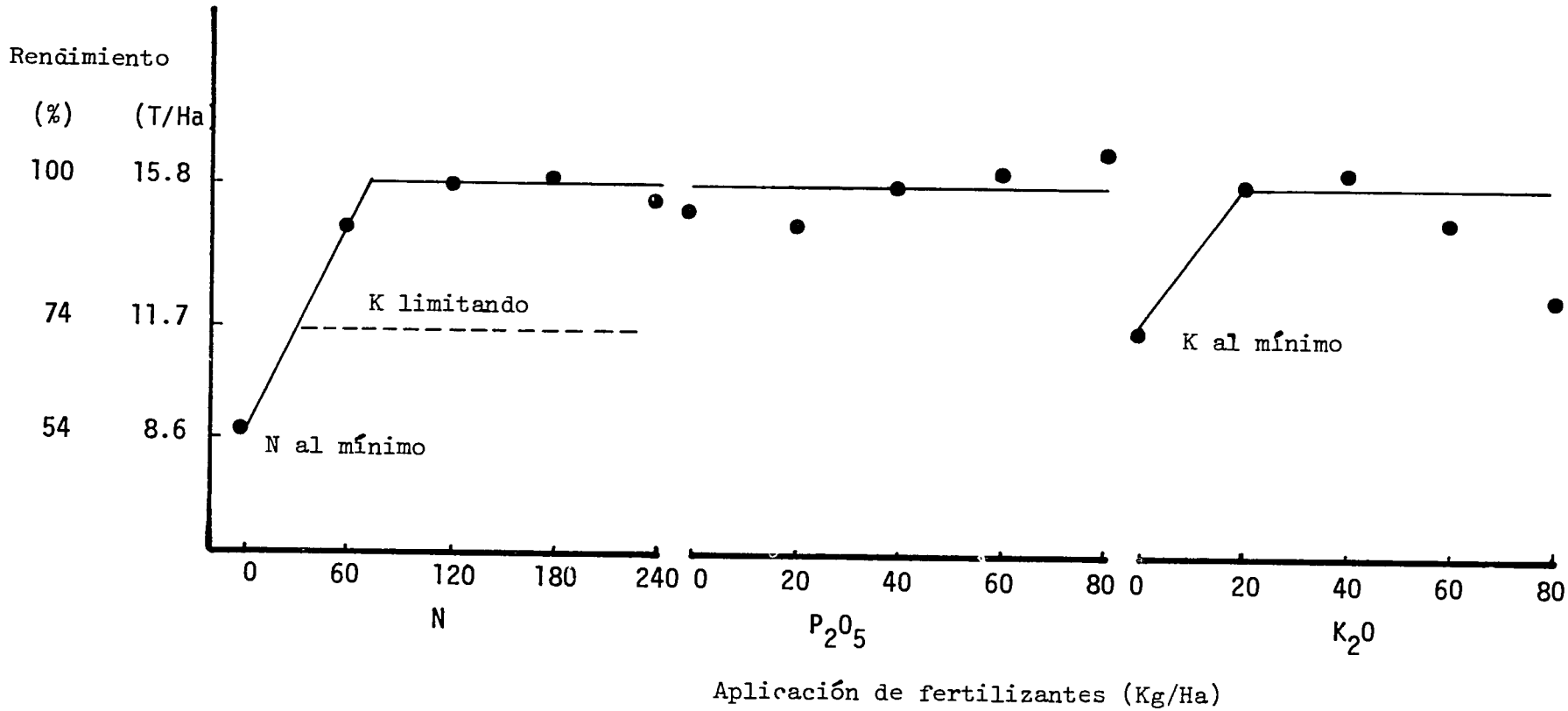
El número de opciones de las recomendaciones es limitado por el número de tratamientos de los fertilizantes necesarios para alcanzar los niveles del rendimiento con el nutriente al mínimo de cada nutriente, y para lograr el rendimiento máximo estable cuando todos los nutrientes que responden están presentes. El número de opciones será siempre uno mayor que el número de nutrientes que afectan al rendimiento, i.e., la opción extra será la de no aplicar fertilizantes. Asi



	Opciones de las Recomendaciones		
1. Para el rend. máx. estable	70-65-40	3. Para P al mínimo	25-0-0
2. Para K al mínimo	65-60-0	4. Para N al mínimo	Nada

Ver las DLS en la Tabla E del Apéndice.

FIGURA 11. PASO 5-a.
Interpretación de la respuesta de múltiples nutrientes y el desarrollo de recomendaciones de fertilizantes usándose un conjunto de modelos discontinuos rectilíneos: Categoría I de suelo-cultivo (papas).



	Opciones de las recomendaciones		
1. Para el rend. máximo estable	70-0-20	3. Para N al mínimo	Nada
2. Para K al mínimo	30-0-0		

Ver las DLS en la Tabla E del Apéndice.

FIGURA 12. PASO 5-b.
Interpretación de la respuesta de múltiples nutrientes y el desarrollo de recomendaciones de fertilizantes usándose un conjunto de modelos discontinuos rectilíneos: categoría II de suelo-cultivo (papas).

tenemos que, bajo condiciones de respuestas a N-P-K, habrán cuatro opciones de recomendaciones, las cuales se determinan directamente del gráfico (Figura 11). En la Figura 12 sólo hay tres opciones a escojer, ya que la respuesta fue debida sólo a N y K.

Un ejemplo adicional que sirve de ilustración para la interpretación de nutrientes múltiples se da en la Figura L del Apéndice, siendo éste de la categoría V (trigo) de suelo-cultivo. Diversos puntos de interés deberán de derivarse de aquí. Lo más notable y obvio de este conjunto de datos es que existe una dispersión considerable entre las observaciones del rendimiento que están sobre el nivel 2. Esta dispersión hace que sea más díficil localizar el rendimiento máximo estable en una técnica gráfica visual. Sin embargo, desde que todos los nutrientes al final alcanzan el mismo rendimiento máximo estable, los puntos de las tres curvas pueden ser usados en una forma visual para trazar la línea del rendimiento máximo estable a través de todos los nutrientes. (Más correctamente, esta línea del rendimiento, 2.15 en este caso, deberá ser la media calculada de todos los niveles de los rendimientos incluídos en el rendimiento máximo estable sobre todos los nutrientes). Nótese también que en la Figura L del Apéndice el P se encuentra limitando más que N, y que el tratamiento del nivel 1 de la función de K no puede ser usado para establecerse la pendiente (ver sección IV, pág. 52).

Interpretación Económica de las Opciones de las Recomendaciones

El modelo discontinuo rectilíneo es una herramienta simple que no sólo sirve para establecer los puntos de inflexión en la respuesta del rendimiento para cada nutriente, sino también, para completar una interpretación económica. La porción lineal de la respuesta, si suficientemente inclinada, señala que la proporción más beneficiosa a aplicarse será sinónima a la dosis de aplicación del punto de inflexión (en el intercepto con el rendimiento máximo estable). En términos económicos, esto minimizará el costo unitario ya que se considera que la respuesta es lineal hasta el máximo estable. Por supuesto, una minimización del costo unitario sería real si tan sólo se involucra un nutriente. La condición con más de un nutriente es más compleja puesto que cada deficiencia sucesiva del nutriente que se rectifica, añade el costo de un nutriente nuevo al costo anterior del otro. El aumentar la producción de cada rendimiento con el nutriente al mínimo consecutivo, se incrementa progresivamente el costo ya que se consideran más nutrientes y mayores cantidades. Asi tenemos que al involucrarse tres nutrientes, teniendo como resultado cuatro opciones de recomendaciones (Figura 11), es necesario evaluar entre opciones el beneficio económico en una forma escalonada. Esto puede efectuarse rápidamente haciéndose una comparación simple entre el valor adicional del cultivo y el costo adicional del fertilizante en cada opción de recomendación con la siguiente más costosa. Otra técnica, la cual puede ser particularmente valorable, cuando los precios

del cultivo fluctúan grandemente o cuando son desconocidos, es la de comparar los cambios del costo relativo y el rendimiento relativo entre cada una de las elecciones de las recomendaciones. En esta última técnica la regla es: "aplicar el nutriente o la combinación de nutrientes si el porcentaje de aumento en el costo no excede el porcentaje de aumento esperado en el rendimiento" (Cate *et al.*, 1971).

Porcentaje de Aumento en el Costo Vs. el Porcentaje de Aumento en el Rendimiento

Cate *et al.* (1971) señalaron que es útil diferenciar entre el rendimiento relativo y el porcentaje de aumento en el rendimiento. Matemáticamente, estas dos cantidades se relacionan inversamente ya que emplean bases opuestas de referencia. El rendimiento relativo emplea el rendimiento máximo estable como el divisor, mientras que el porcentaje de aumento en el rendimiento utiliza el rendimiento con el nutriente al mínimo como el divisor. Como ilustración tenemos que un rendimiento relativo de 50 por ciento significa que el rendimiento con el nutriente al mínimo era de sólo la mitad del rendimiento máximo estable, i.e., la aplicación de un fertilizante en particular dobló el rendimiento o produjo un aumento en el rendimiento de 100 por ciento.

El procedimiento para calcular los porcentajes de aumento en rendimiento y costo debidos al uso de fertilizantes se ilustra en la Tabla 5, usándose los datos obtenidos en Bolivia. En la categoría I de suelo-cultivo, cada nivel adicional de fertilización reduce el costo relativo unitario, y el porcentaje de aumento en el costo. La recomendación correcta para un agricultor que no tiene restricciones para la compra de fertilizantes sería la fórmula completa 70-65-40.

En el caso de la categoría II de suelo-cultivo el último paso de adición (70-0-20) podría ser recomendado también bajo la regla de porcentaje de aumento en rendimiento y costo.

Los cálculos hechos en la Tabla 5 para papas son típicos de un cultivo intensivo, dónde los costos de producción son bastante altos aún sin fertilizantes. El porcentaje de aumento en el rendimiento es típicamente mucho más alto que el porcentaje de aumento en el costo debido al uso de fertilizantes. Otra manera de interpretar esta situación es que el productor desde ya tiene una inversión considerable que protejer y, por lo tanto, el costo relativamente pequeño que hace para fertilizar y obtener rendimientos máximos se justifica plenamente.

Los datos de trigo (Tabla 5) se presentan para mostrar el caso de un cultivo menos intensivo, dónde los costos de producción, sin fertilizantes, son mucho más bajos. Los datos de la categoría V de suelo-cultivo dan como resultado una situación dónde se requieren los tres nutrientes en el último paso para lograr el rendimiento máximo estable y cuyo porcentaje de aumento en el costo es algo más

Tabla 5. PASO 6, Evaluación económica de las recomendaciones de fertilizantes. Cálculos de los aumentos del porcentaje en el rendimiento y costo, y el cambio en el costo unitario relativo para cada elección de recomendación de fertilizantes 1/

Opciones de recomendaciones de fertilizantes	Datos del rendimiento: Rend. relativo de cada nutriente al mínimo	Datos del rendimiento: Cambio entre el rendimiento seleccionado previamente con el que le sigue: Rend. relativo	Datos del rendimiento: Cambio entre el rendimiento seleccionado previamente con el que le sigue: Porcentaje de aumento 2/	Datos del Costo: Costo del fertilizante	Datos del Costo: Costo Total de Producción	Datos del Costo: Cambio entre el rendimiento seleccionado previamente con el que le sigue: Incremento en el costo	Datos del Costo: Cambio entre el rendimiento seleccionado previamente con el que le sigue: Porcentaje de aumento 3/	Costo unitario relativo 4/
			(%)	(U.S. $)	(U.S. $)	(U.S.$)	(%)	
Categoría I de suelo-cultivo (De la Figura 11)								
0-0-0	45	--	--	0	340	--	--	7.6
25-0-0	58	13	29	10	350	10	3	6.0
60-55-0	93	35	60	40	380	30	9	4.1
70-65-40	100	7	8	60	400	20	5	4.0
Categoría II de suelo-cultivo (De la Figura 12)								
0-0-0	54	--	--	0	340	--	--	6.3
30-0-0	74	20	37	10	350	10	3	4.7
70-0-20	100	26	35	32	372	22	6	3.7
Categoría V de suelo-cultivo (De la Figura L del Apéndice)								
0-0-0	37	--	--	0	66	--	--	1.8
0-15-0	46	9	24	5	71	5	8	1.5
60-45-0	76	30	65	37	103	32	45	1.4
100-70-35	100	24	32	72	138	35	34	1.4

1/ Costos estimados en la producción de papa y trigo en Bolivia para semillas, tierra, mano de obra previa a la cosecha, pésticidas, interés del capital prestado, y para todos los nutrientes, a razón de U.S. $ 0.35/Kg.

2/ Aumento en el rendimiento relativo ÷ el rend. relativo de cada nutriente al mínimo, i.e. 13 ÷ 45 = 29%

3/ Incremento eneel costo ÷ costo total de producción para la recomendación previa, i.e., 10 ÷ 340= 3%

4/ Costo total de producción ÷ rendimiento relativo de cada nutriente al mínimo.

alto que el porcentaje de aumento esperado en el rendimiento. De acuerdo con la regla de rendimientos y costos relativos, tenemos que la recomendación más económica en este ejemplo sería la de 60-45-0. Un caso similar se podría ver en una agricultura no mecanizada, donde la mano de obra barata y la tierra disponible, pueden ser substituídas por fertilizantes y otros factores. Típicamente, bajo estas condiciones, el porcentaje de aumento en el costo es muy alto cuando se usa fertilizantes, aproximándose o sobrepasando el porcentaje de aumento en el rendimiento esperado.

Valor Adicional del Cultivo y el Costo Adicional del Fertilizante

El agricultor generalmente está interesado en saber cuánto le van a costar los fertilizantes y cuántos ingresos le proporcionará dicha inversión. En una forma sencilla, tal interpretación económica puede basarse en una evaluación escalonada tal como se muestra en la Tabla 6. El modelo discontinuo rectilíneo para las tres respuestas a los nutrientes (Figuras 11 y 12) provee convenientemente la información básica requerida para este tipo de evaluación. La recomendación económica final de las categorías I y II de suelo-cultivo podría ser 70-65-40 y 70-0-20, respectivamente. El último paso de la aplicación de los fertilizantes podría ser beneficioso y retornar por lo menos 2:1 de la inversión hecha en fertilizantes en ambos casos. Por otra parte, la recomendación para la categoría V de suelo-cultivo podría ser ya sea 60-45-0 ó 100-70-35. Dado el costo elevado de los fertilizantes y el valor del trigo en el mercado local tan bajo, como se

Tabla 6. PASO 6a.
Evaluación económica de las recomendaciones de los fertilizantes mediante la comparación del costo añadido y el valor añadido del cultivo 1/

Elecciones de recomendaciones de fertiliz.	Rend. promedio esperado	Valor del cultivo	Incremento en el valor del cultivo de la opción sgte. más baja de las recomend.	Costo del fertilizante	Incremento en el costo del fertilizante de la opción sgte. más baja de las recomendaciones	Retornos del fertiliz. Proporción del valor añadido del cultivo al costo añadido del fertilizante	Retornos del fertiliz. Retorno neto para los últimos incrementos del fertilizante 2/
	T/Ha	$	$	$	$		$
Categoría I de suelo-cultivo (Papas) (De la Figura 11)							
0-0-0	8.5	255	--	0	--	--	--
25-0-0	11.1	333	78	10	10	7.8	68
60-55-0	17.7	531	198	40	30	6.6	168
70-65-40	19.0	570	39	60	20	2.0	19
Categoría II de suelo-cultivo (Papas) (De la Figura 12)							
0-0-0	8.6	258	--	0	--	--	--
30-0-0	11.7	351	93	10	10	9.3	83
70-0-20	15.8	474	123	32	22	5.6	101
Categoría V de suelo-cultivo (Trigo) (De la Figura L del Apéndice)							
0-0-0	0.79	79	--	0	--	--	--
0-15-0	1.00	100	21	5	5	4.2	16
60-45-0	1.63	163	63	37	32	2.0	31
100-70-35	2.15	215	52	72	35	1.5	17

1/ Todos los nutrientes figuran en precios estimados de Bolivia para los fertilizantes a U.S. $0.35/Kg, para papas a $ 30/T, y para trigo a $ 100/T.

2/ Incremento en el valor del cultivo de la opción siguiente más baja menos el incremento en el costo del fertilizante de la opción siguiente más baja.

muestra en el ejemplo, un agricultor conservador no va a querer arriesgarse por un retorno de tan sólo un 1.5:1, aún cuando es algo benefioso. Por supuesto, ya sea con fertilizantes más baratos o con un mejor precio para el cultivo, la proporción del valor del cultivo añadido al costo del fertilizante podría mejorar y alcanzar eventualmente un margen de por lo menos 2:1.

El margen de seguridad que debe ser permitido dependerá de muchos factores, entre los cuales están los riesgos asociados con el programa total de producción. En situaciones como éstas, el agrónomo deberá considerar otros factores pertinentes al programa total de producción, tales como el crédito disponible, tipo de cultivo que sigue en la rotación, y las posibilidades de considerar parte de la aplicación de P ó K como una inversión de capital. El agrónomo que conoce cualquiera de los cambios fundamentales o las tendencias relacionadas con los valores del cultivo está en buena posición para ayudar a resolver los casos dudosos.

Una discusión completa de la evaluación económica mediante cualquiera de los dos métodos económicos está fuera del alcance de este boletín. Generalmente, los dos métodos darán la misma conclusión. Una evaluación económica más completa que las mencionadas anteriormente, requiere datos informativos adicionales a los que se encuentran disponibles en la mayoría de los programas de evaluación de la fertilidad del suelo. En suma, la muy enfatizada dificultad de predecir el rendimiento es una limitación clave la cual es común para todos a excepción de los sistemas de cultivo altamente controlados.

Lo más notable e importante de estas técnicas económicas simples es que ellas maximizan el uso de las clases de datos, los cuales ya se encuentran disponibles para los programas de fertilidad del suelo y los que ofrecen asimismo una interpretación razonable

Como punto final de los resultados de estas recomendaciones y datos empleados aqui, es que todos representan variedades, situaciones, y sitios específicos. Asi tenemos que las recomendaciones pertenecen solamente a condiciones específicas bajo las cuales se obtuvieron los datos. Las conclusiones, siendo ilustrativas, no representan recomendaciones generalizadas para estos cultivos.

LITERATURA CITADA

Anderson, R. L. and L. A. Nelson. 1971. Some problems in the estimation of single nutrients response functions. Inst. of Statistics. North Carolina State University, reprint No. 244.

Bartholomew, W. V. 1972. Soil nitrogen - Supply processes and crop requirements. Tech. Bull. No. 6, ISFEI series, North Carolina State University, Raleigh, N.C.

Baumol, W. J. 1965. Economic theory and operations analysis. 2nd. Ed. Prentice Hall, Inc. Englewood Cliffs, N. J.

Boyd, D. A. 1970. Some recent ideas on fertilizer response curves. Paper presented at Congress of Antibes on Role of Fertilization in the Intensification of Agricultural Production. Copyright: International Potash Institute, Berne, Switzerland.

Bray, R. H. 1948. Correlation of soil tests with crop response to added fertilizers and with fertilizer requirement, p. 53-86. In Herminie Broedel Kitchen (Ed.) Diagnostic Techniques for Soils and Crops. American Potash Inst.

Cate, R. B., Jr. and Larry A. Nelson. 1965. A rapid method for correlation of soil test analyses with plant response data. Tech. Bull. No. 1, ISFEI series, North Carolina State University, Raleigh, N.C.

Cate, R. B., Jr. and Larry A. Nelson. 1971. A simple statistical procedure for partitioning soil test correlation data into two classes. Soil Sci. Soc. Amer. Proc. 35(4):658-659.

Cate, R. B., Jr. 1971. Improving the interpretation of soil fertility correlation data - A comparison of continuous models, using a variety of data sets. Ph.D. Thesis. North Carolina State University, Raleigh, N.C.

Cate, R. B., Jr., A. H. Hunter, and J. W. Fitts. 1971. Economically sound fertilizer recommendations based on soil analyses. Proc. Int. Symp. on Soil Fert. Eval. New Delhi (1): 1065-1071.

Fitts, J. W. 1955. Using soil tests to predict a probable response from fertilizer application. Better Crops with Plant Food 39(3):17-20.

Fitts, J. W. 1959. Research + extension = bigger farming profits. Plan Food Review, 5(2):10-12.

Hunter, A. S. and J. A. Youngen. 1955. The influence of variations in fertility levels upon the yield and protein content of field corn in Eastern Oregon. Soil Sci. Soc. Amer. Proc. 19(2):214-218.

International Soil Fertility Evaluation and Improvement Project. Annual Report 1968. Contract AID/csd-287. North Carolina State University, Raleigh, N.C.

Kamprath, E. J. 1967. Soil acidity and response to liming. Tech. Bull. No. 4. ISFEI series, North Carolina State University, Raleigh, N.C.

Olmstead, P. S. and J. W. Tukey. 1947. A corner test for association. Ann. Mat-Stat. 18:495-513.

Soil Test Work Group of the National Soil Research Committee. 1956. Soil Tests compared with field, greenhouse, and laboratory results. North Carolina Agric. Exp. Sta. Tech. Bull. No. 121.

Swanson, E. R. 1963. The static theory of the firm and three laws of plant growth. Soil Sci. 95:338-343.

A P E N D I C E

Tabla A del Apéndice. Coeficientes de determinación de varios modelos ajustados a datos de correlación de varios países [1/]

Código del conjunto de datos	Modelos Continuos			Modelo discontinuo de dos medias
	Mitscherlich	Recíproco	Logarítmico	
00001	.38	.67	.59	.73
00013	.18	.06	.14	.49
00019	.16	.33	.34	.51
00035	.18	.38	.32	.41
00054	.31	.34	.41	.62
00074	.61	.38	.65	.72
00115	.57	.80	.84	.74
00122	.64	.87	.82	.88
00135	.76	.48	.83	.67
00144	.47	.14	.30	.42

[1/] Datos tomados de Cate, 1971.

Tabla B del Apéndice. Resumen de los tratamientos y rendimientos promedio de cada categoría de suelo-cultivo de los ensayos de campo llevados a cabo en Bolivia [1]

Código de los tratamientos	Categorías de suelo-cultivo									
	Ensayos en papa						Ensayos de trigo			
	I Suelos con bajo P, alto K [2]		II Suelos con alto P, alto K [2]		III Suelos con bajo P, bajo K [3]		IV Suelos con bajo P, alto K [4]		V Suelos con bajo P, bajo K [4]	
	Tratamiento	Rend.	Tratamiento	Rend.	Tratamiento	Rend.	Tratamiento	Rend.	Tratamiento	Rend.
	Kg/Ha	T/Ha	Kg/Ha	T/Ha	Kg/Ha	T/Ha	Kg/Ha	T/Ha	Kg/Ha	T/Ha
000	0- 0- 0	6.8	0- 0- 0	6.0	0- 0- 0	4.8	----	----	-----	-----
222*	120-120-40	18.6	120-40-40	16.3	120-120-120	15.6	120-100-40	1.94	120-100-40	2.06
022	0-120-40	8.5	0-40-40	8.6	0-120-120	7.3	0-100-40	1.12	0-100-40	1.00
202	120- 0-40	11.1	120- 0-40	15.4	120- 0-120	4.8	120- 0-40	0.90	120- 0-40	0.79
220	120-120- 0	17.7	120-40- 0	11.7	120-120- 0	10.9	120-100- 0	2.07	120-100- 0	1.63
422	240-120-40	19.7	240-40-40	15.6	240-120-120	12.5	240-100-40	1.94	240-100-40	1.98
242	120-240-40	19.5	120-80-40	16.9	120-240-120	19.4	120-200-40	2.33	120-200-40	2.28
224	120-120-80	19.9	120-40-80	12.7	120-120-240	14.4	120-100-80	1.88	120-100-80	2.33
111	60- 60-20	16.7	60-60-20	14.8	60- 60- 60	13.1	60- 50-20	1.69	60- 50-20	1.68
113	60- 60-60	16.2	60-20-60	13.9	60- 60-180	14.8	60- 50-60	1.78	60- 50-60	1.68
131	60-180-20	16.8	60-60-20	15.2	60-180- 60	15.3	60-150-20	1.74	60-150-20	1.56
311	180- 60-20	18.7	180-20-20	14.3	180- 60- 60	11.5	180- 50-20	1.72	180- 50-20	1.72
133	60-180-60	18.3	60-60-60	15.4	60-180-180	12.9	60-150-60	1.77	60-150-60	1.60
331	180-180-20	20.0	180-60-20	19.5	180-180- 60	16.6	180-150-20	2.56	180-150-20	1.95
313	180- 60-60	18.9	180-20-60	16.4	180- 60-180	9.7	180- 50-60	1.56	180- 50-60	1.70
333	180-180-60	21.5	180-60-60	14.6	180-180-180	18.3	180-150-60	2.01	180-150-60	2.08

[1] Experimentos conducidos bajo la dirección del Proyecto Int. de Eval. y Mej. de la Fertilidad del Suelo y el Ministerio de Agricultura de Bolivia. (Categorías I y II tuvieron 8 replicaciones del tratamiento 222, mientras la III tuvo 5 replicaciones y la IV y V tuvieron 3 replicaciones).

[2] Datos originales tomados de Saravia *et al.*, Estación Exp. Chinolí (14 ensayos).

[3] Datos originales tomados de Claure *et al.*, Estación Exp. Toralapa (3 ensayos).

[4] Datos originales tomados de Manzano, Carrera, Iriarte, Luján, Zuleta, Hinojosa *et al.*, Cochabamba y Tarija (11 ensayos).

Tabla C del Apéndice. Coeficientes de determinación (R^2) del análisis de regresión para el ajuste de los datos de la respuesta a los fertilizantes a cuatro modelos usándose localidades individuales. (Ensayos de papa y trigo en el campo-Bolivia)

Categoría de suelo-cultivo	Localidad	Modelo de respuesta: Discontinuo rectilíneo	Cuadrático	Raíz Cuadrada	Logarítmico
		Datos de N			
I	7	0.294*	0.307*	0.309*	0.308*
	8	0.909**	0.834**	0.938**	0.911**
	9	0.947**	0.520*	0.720**	0.651**
	10	0.869**	0.855**	0.896**	0.891**
II	4	0.826**	0.616**	0.815**	0.749**
	5	0.754**	0.611**	0.764**	0.712**
III	13	0.775**	0.735**	0.672**	0.712**
	14	0.389*	0.580*	0.523*	0.576*
	15	0.467*	0.351	0.455*	0.424*
IV	25	0.909*	0.888**	0.868**	0.894**
	26	0.340*	0.132	0.107	0.106
	27	0.273*	0.207	0.151	0.180
	28	0.562*	0.264	0.544*	0.440*
V	29	0.370*	0.307	0.347	0.345
	30	0.423*	0.381*	0.390*	0.396*
	32	0.474*	0.454*	0.476*	0.512*
	33	0.625**	0.426*	0.370*	0.413*
	34	0.556*	0.785**	0.454*	0.617*
		Datos de P			
I	7	0.345*	0.421*	0.312*	0.363*
	8	0.718**	0.605**	0.716**	0.690**
	9	0.534*	0.522*	0.620*	0.567*
	10	0.552*	0.408*	0.540*	0.488*
III	13	0.348*	0.296	0.292	0.301
	14	0.421*	0.462*	0.503*	0.487*
	15	0.718**	0.690**	0.650**	0.704**
IV	24	0.361*	0.235	0.346	0.305
	25	0.592*	0.487*	0.571*	0.561*
	26	0.376*	0.256	0.311	0.260
	27	0.569*	0.545*	0.518*	0.535*
V	29	0.463*	0.399*	0.346*	0.381*
	30	0.371*	0.258	0.194	0.238
	31	0.300*	0.250	0.190	0.227
	32	0.433*	0.144	0.368*	0.286
	33	0.584*	0.432*	0.524*	0.514*
		Datos de K			
III	15	0.401*	0.270	0.212	0.243
V	29	0.342*	0.206	0.306	0.293
	33	0.467*	0.323	0.310	0.321
Número total de experimentos en los cuales el modelo dió el mejor R^2		27	3	6	1

Tabla D del Apéndice. Coeficientes de determinación (R^2) del análisis de regresión para el ajuste de los datos de la respuesta a los fertilizantes a cuatro modelos usándose localidades combinadas de categorías de suelo-cultivo. (Ensayos de campo de papa y trigo-Bolivia [1/]

Nutriente bajo estudio	Categoría de suelo-cultivo	Modelo de respuesta			
		Discontinuo Rectilíneo	Cuadrático	Raíz cuadrada	Logarítmico
Nitrógeno	I	0 .872	0.813	0.906	C.881
	II	0.737	0.664	0.738	0.730
	III	0.507	0.503	0.468	0.524
	IV	0.642	0.574	0.616	0.630
	V	0.745	0.592	0.625	0.636
Fósforo	I	0.706	0.617	0.720	0.690
	III	0.698	0.677	0.719	0.715
	IV	0.818	0.744	0.838	0.816
	V	0.745	0.552	0.614	0.630
Potasio	V	0.444	0.157	0.150	0.167

[1/] R^2(basado en la suma de cuadrados de los tratamientos) = $\frac{\text{Suma de cuadrados de la regresión (2 g.l)}}{\text{Total de la suma de cuadrados de los tratamientos(12 g.l)}}$

Tabla E del Apéndice. Diferencias Límites Significativas para comparar por parejas las medias de los nutrientes individuales y el procedimiento para calcular las mismas

La Diferencia Límite Significativa (DLS) sirve de guía para indicar cuán grande debe ser una diferencia antes de ser considerada estadísticamente significativa. Esta estadística es muy útil para comparar el promedio de los rendimientos de los nutrientes individuales para asegurarse si existe una respuesta a la aplicación del fertilizante, asi como también, sirve de guía para saber dónde se inicia la estabilización del rendimiento.

Los cálculos para la DLS requieren un estimado del error experimental, s^2, el que se obtiene del cuadrado medio del error experimental en el análisis de la variancia. El valor tabulado de "t" para el nivel de probabilidad previamente seleccionado (.05 y .01) se obtiene de la tabla de valores de "t" de Student utilizando los grados de libertad que se emplearon para calcular el cuadrado medio del error experimental. La DLS se calcula entonces haciendo uso de la fórmula:

$$DLS_{\alpha} = t_{\alpha}(\text{error del g.l.})\sqrt{\frac{s^2}{r_1} + \frac{s^2}{r_2}}$$

dónde α = el nivel de probabilidad escojido

s^2 = estimado del cuadrado medio del error experimental tal como se discutió líneas arriba

r_1 = número de observaciones usadas para determinar la primera media

r_2 = número de observaciones usadas para determinar la segunda media

Si los valores de r_1 y r_2 tienen diferentes números de observaciones, como sucedió en este estudio, es necesario calcular la DLS por separado para comparar cualquier pareja de medias de r_1 y r_2. Todos los valores de la fórmula permanecen sin cambio de una pareja a la siguiente con excepción de r_1 y r_2.

Ejemplo del cómputo de DLS para el nivel 0 vs. el nivel 1 de uno de los nutrientes (N, P ó K). Categoría II de suelo-cultivo.

$$DLS_{.05} = t_{\substack{.05 \\ 42\ g.l.}} \sqrt{\frac{s^2}{6} + \frac{s^2}{24}}$$

$$= (2.02) \sqrt{\frac{5.5718}{6} + \frac{5.5718}{24}}$$

$$= (2.02)\ (1.08)$$

$$= 2.18$$

Las siguientes DLS fueron calculadas a través de la técnica descrita líneas arriba, substituyéndose los diferentes valores de r_1 y r_2, dependiendo de la pareja de medias siendo comparada.

	Categoría I de suelo-cultivo		Categoría II de suelo-cultivo	
	Nivel de probabilidad			
	.05	.01	.05	.01
Nivel 0 vs. niveles 1, 2, 3, 4	2.26	3.02	2.00	2.69
Nivel 0 vs. 2, 3, 4	2.28	3.04	2.01	2.69
Nivel 0 vs. 1 ó 3 vs. 4	2.11	2.81	2.18	2.91
Nivel 0 vs. 2 ó 2 vs. 4	1.98	2.63	2.04	2.73
Nivel 0 vs. 4	2.67	3.55	2.75	3.69
Nivel 1 vs. 2 ó 2 vs. 3	1.12	1.49	1.15	1.54
Nivel 1 vs. 3	1.34	1.78	1.38	1.84

Quizás una de las comparaciones más útiles es la de 0 vs. 1, 2, 3 y 4. Asi se compara la media del primer nivel con la media de los otros cuatro niveles de tratamiento. Esto se usa en casos donde la respuesta, si hubiese alguna, es tan sólo debida al primer incremento del fertilizante y el análisis es para los propósitos de establecer si efectivamente existió una respuesta significativa al primer incremento. Si los análisis estadísticos indican que la respuesta en el primer incremento no es significativa, generalmente no se justifica hacer interpretaciones económicas futuras.

Tabla F del Apéndice. Ejemplo del uso de las sumas de cuadrados de las desviaciones. Comparación de los modelos la, 2, y 3.

Modelo	$\hat{y}_0$*	y_0**	d	d^2	$\hat{y}_1$	y_1	d	d^2	$\hat{y}_2$	y_2	d	d^2	$\hat{y}_3$	y_3	d	d^2	$\hat{y}_4$	y_4	d	d^2	$\hat{y}_5$	y_5	d	d^2	Σd^2
la	13.84	16	2.16	4.67	26.17	24	2.17	4.70	38.5	36	2.5	6.25	38.5	36	2.5	6.25	38.5	41	2.5	6.25	38.5	41	2.5	6.25	34.37
2	15.3	16	0.7	.49	25.3	24	1.3	1.69	35.3	36	0.7	.49	39.3	36	3.3	10.89	39.3	41	1.7	2.89	39.3	41	1.7	2.89	19.34
3	17.2	16	1.2	1.44	24.4	24	0.4	.16	31.6	36	4.4	19.36	38.8	36	2.8	7.84	41	41	0	0	41	41	0	0	28.8

* Rendimiento calculado

$y = a + bx$ (dónde Y máx. se obtiene en la rec. x)

** Rendimiento observado

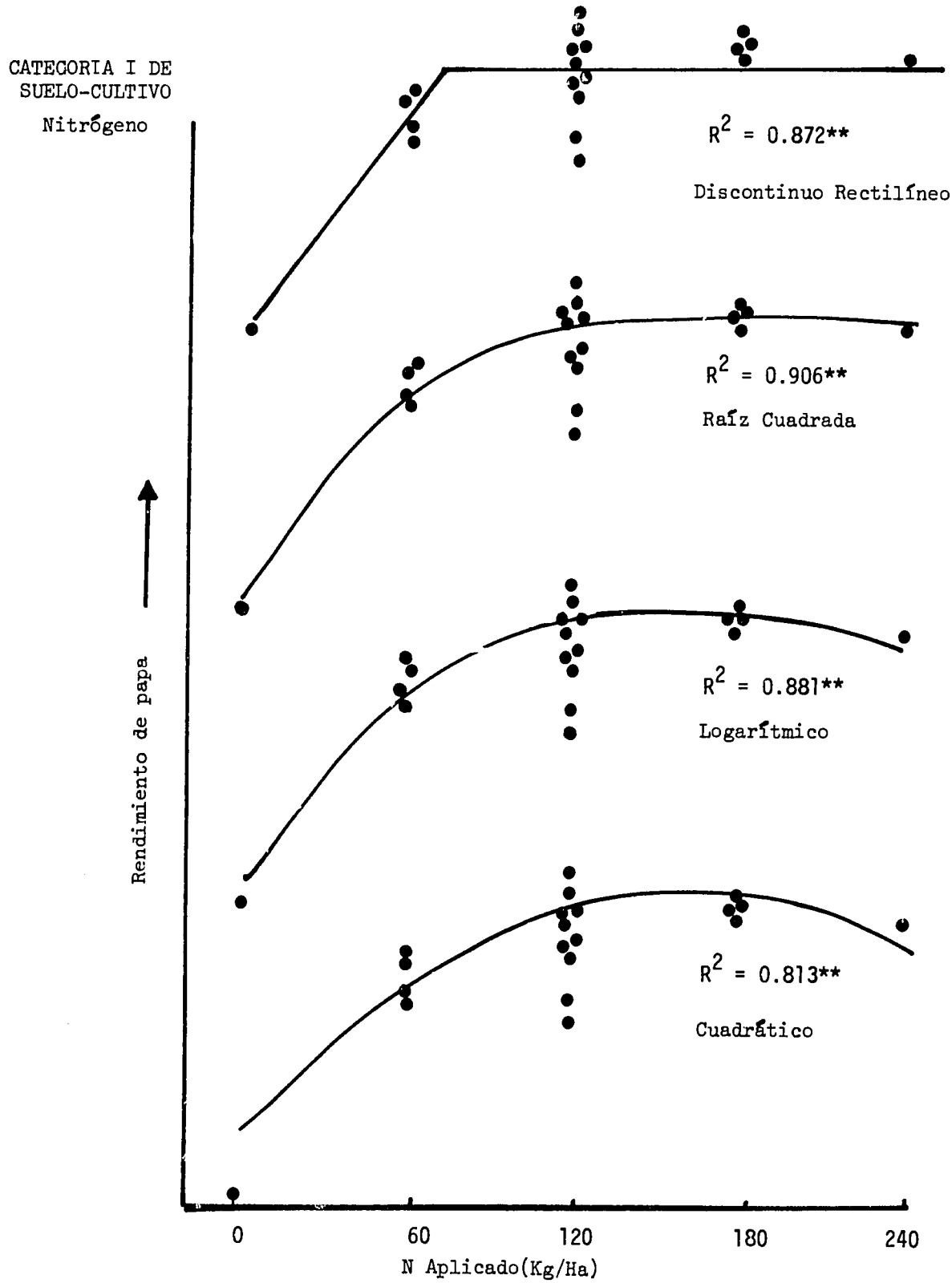


FIGURA A DEL APENDICE. La respuesta a nitrógeno en papas ajustada a los modelos discontinuo rectilíneo, raíz cuadrada, logarítmico y cuadrático.

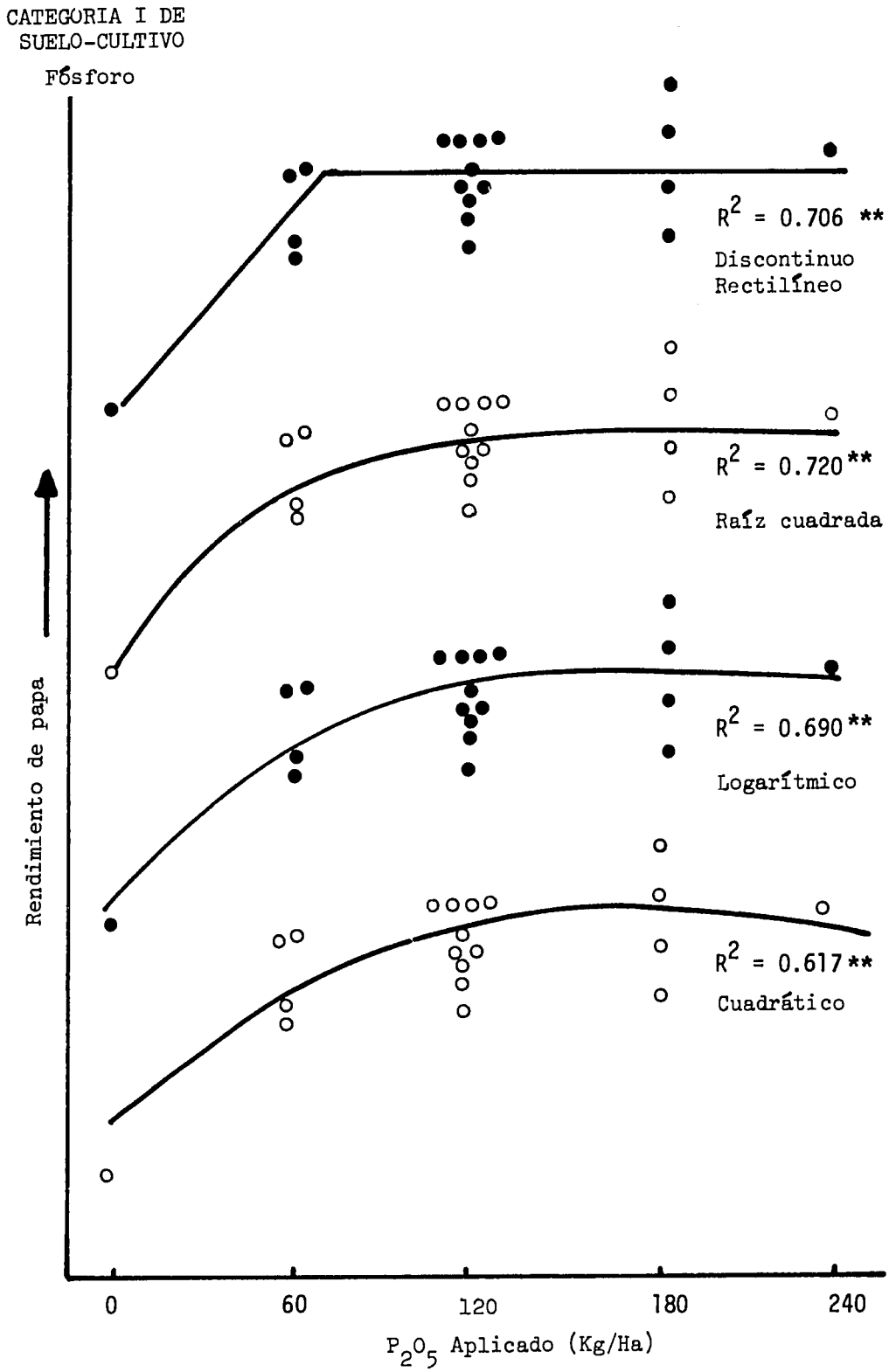


FIGURA B DEL APENDICE. La respuesta a fósforo en papas ajustada a los modelos discontinuo rectilíneo, raíz cuadrada, logarítmico y cuadrático.

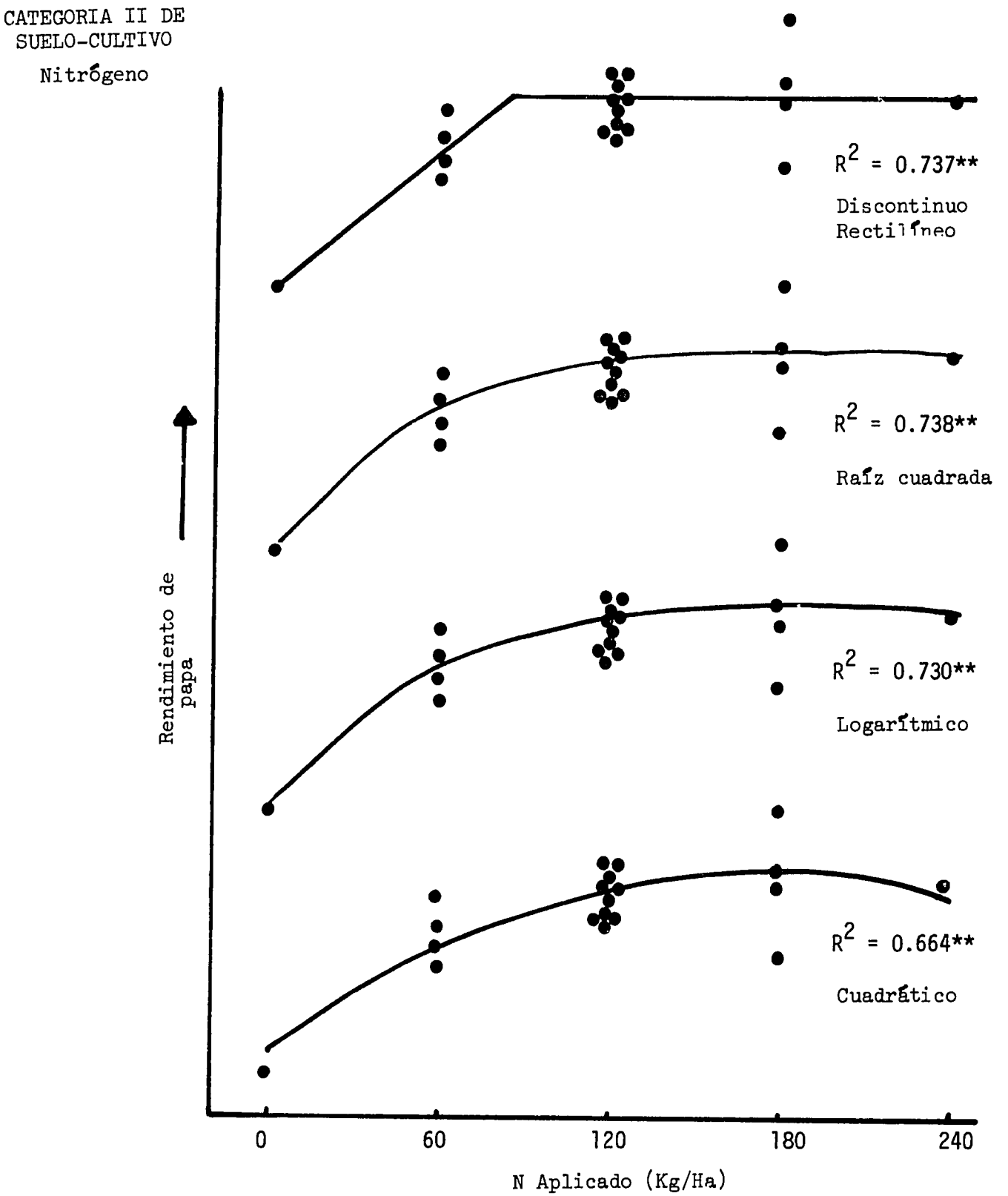


FIGURA C DEL APENDICE. La respuesta a nitrógeno en papas ajustada a los modelos discontinuo rectilíneo, raíz cuadrada, logarítmico y cuadrático.

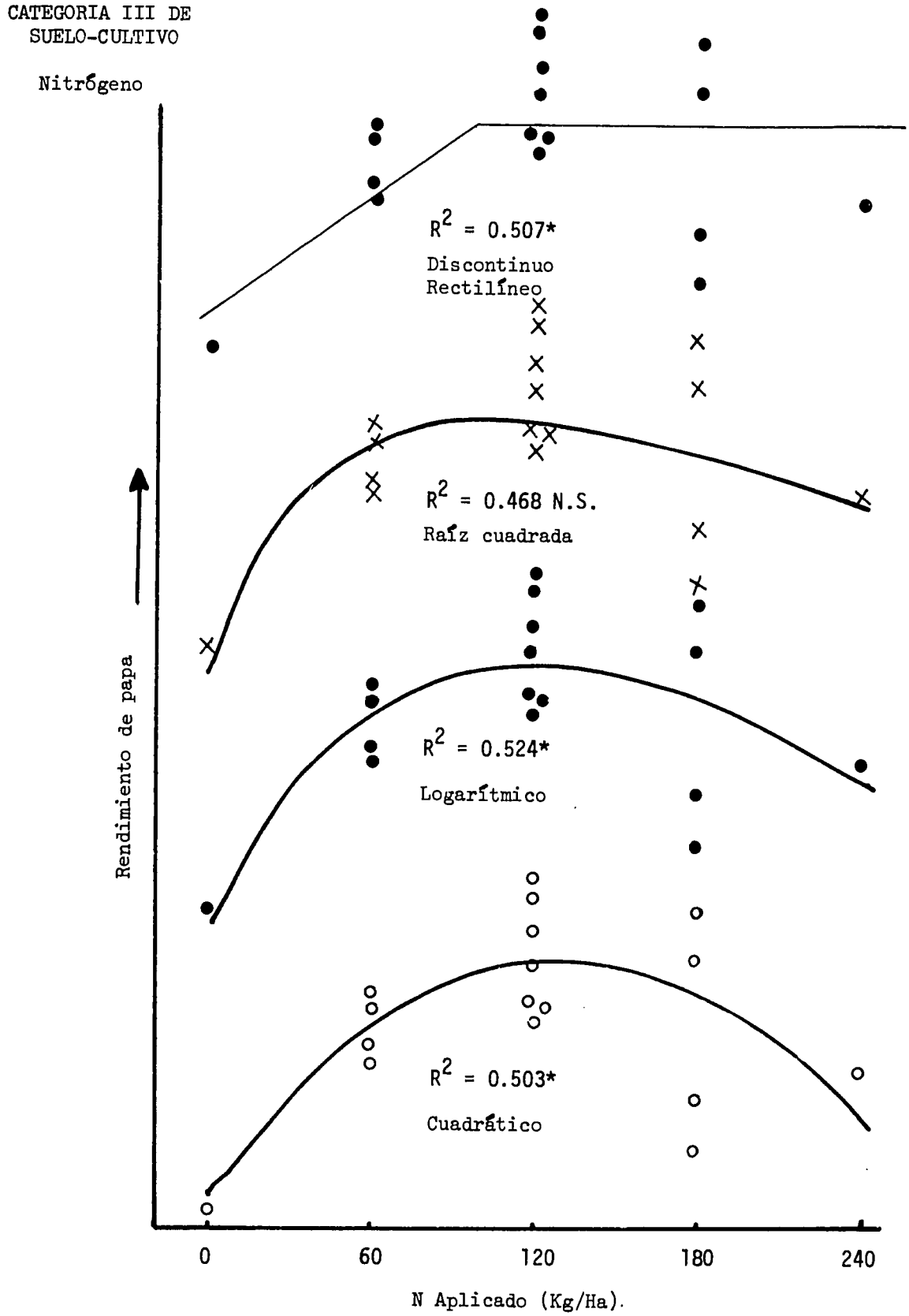


FIGURA D DEL APENDICE. La Respuesta a nitrógeno en papas ajustada a los modelos discontinuo rectilíneo, raíz cuadrada, logarítmico y cuadrático.

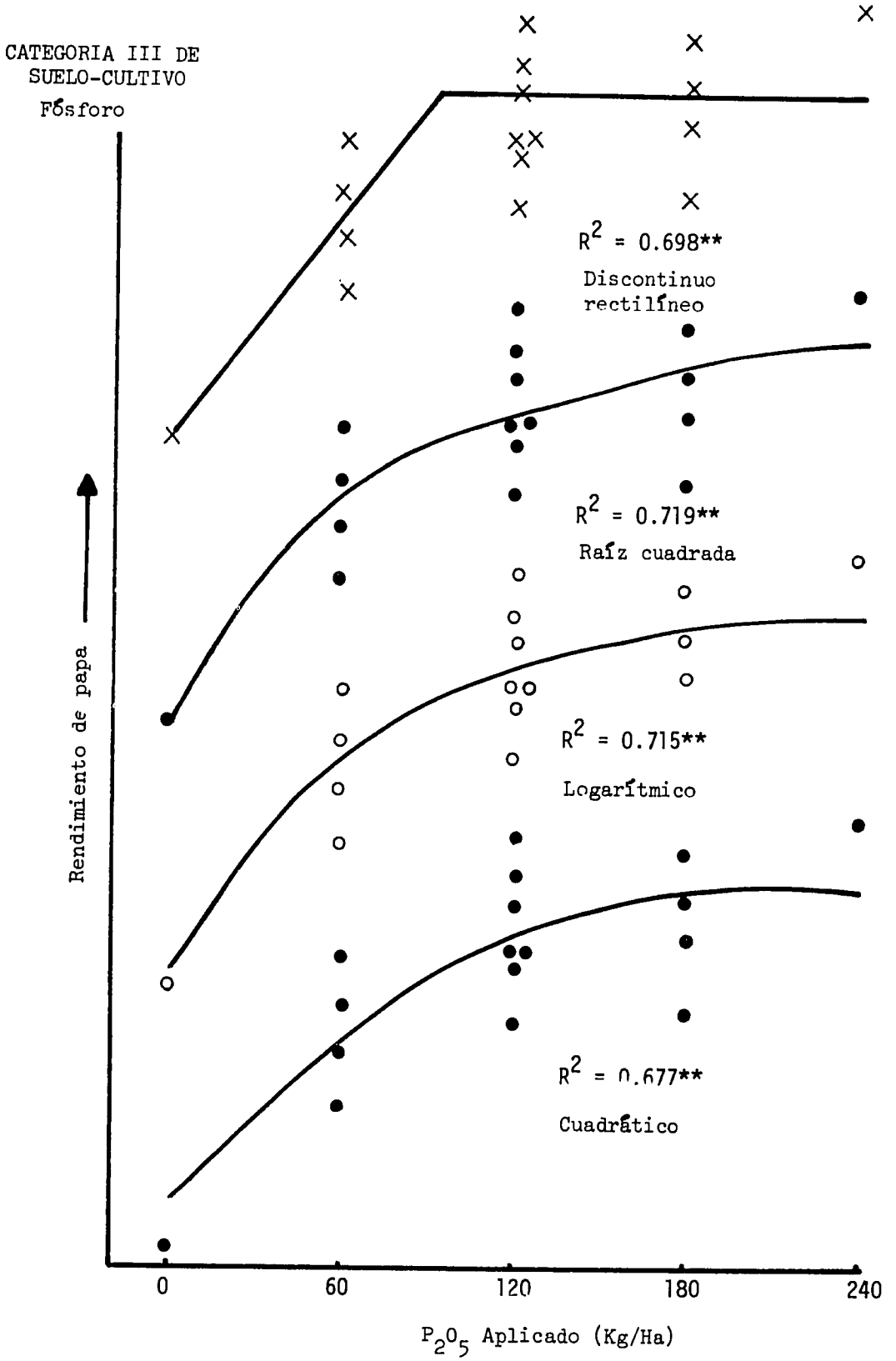
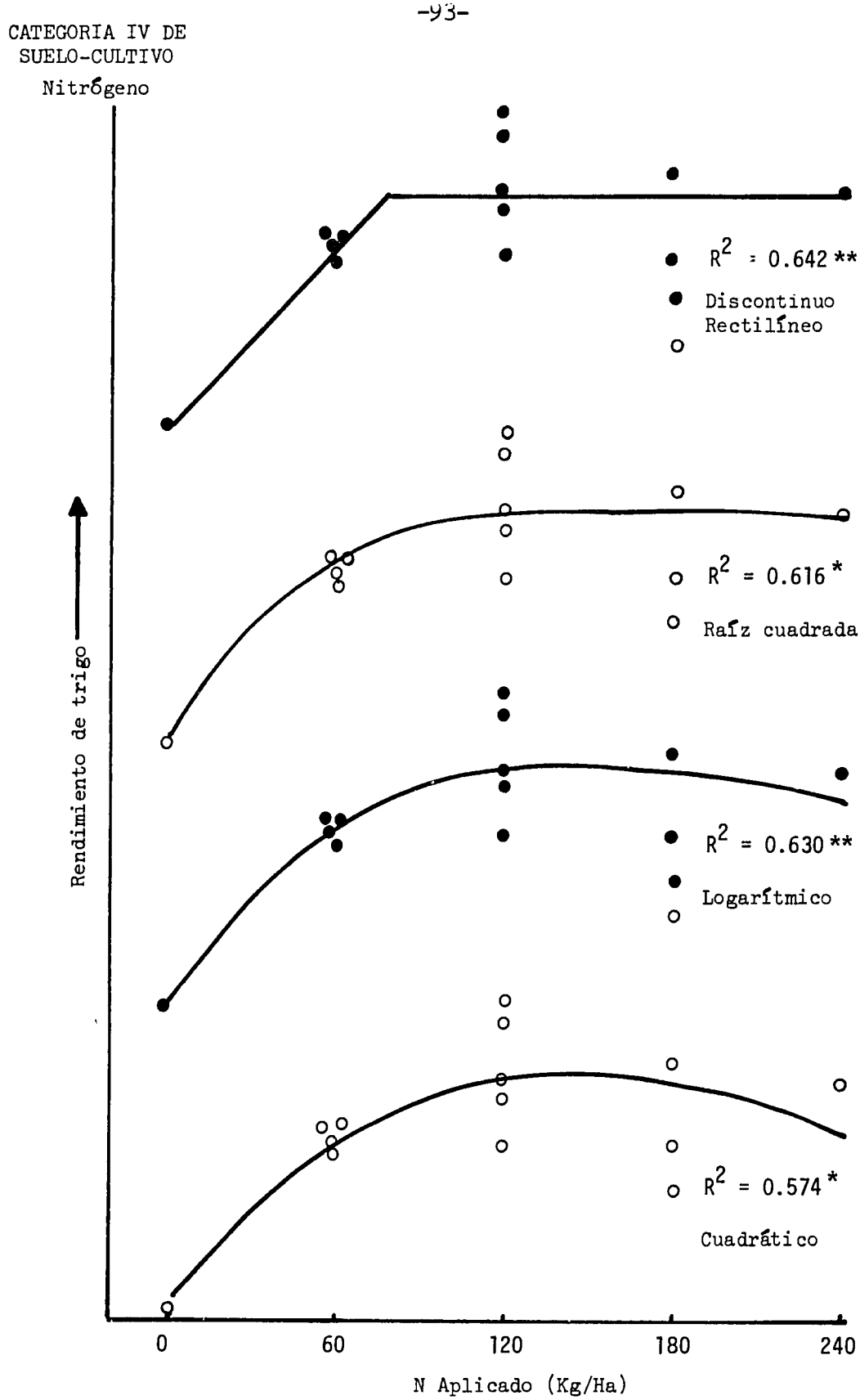


FIGURA E DEL APENDICE. La respuesta a fósforo en papas ajustada a los modelos discontinuo rectilíneo, raíz cuadrada, logarítmico y cuadrático.



IGURA F DEL APENDICE. La respuesta a nitrógeno en trigo ajustada a los modelos discontinuo rectilíneo, raíz cuadrada, logarítmico y cuadrático.

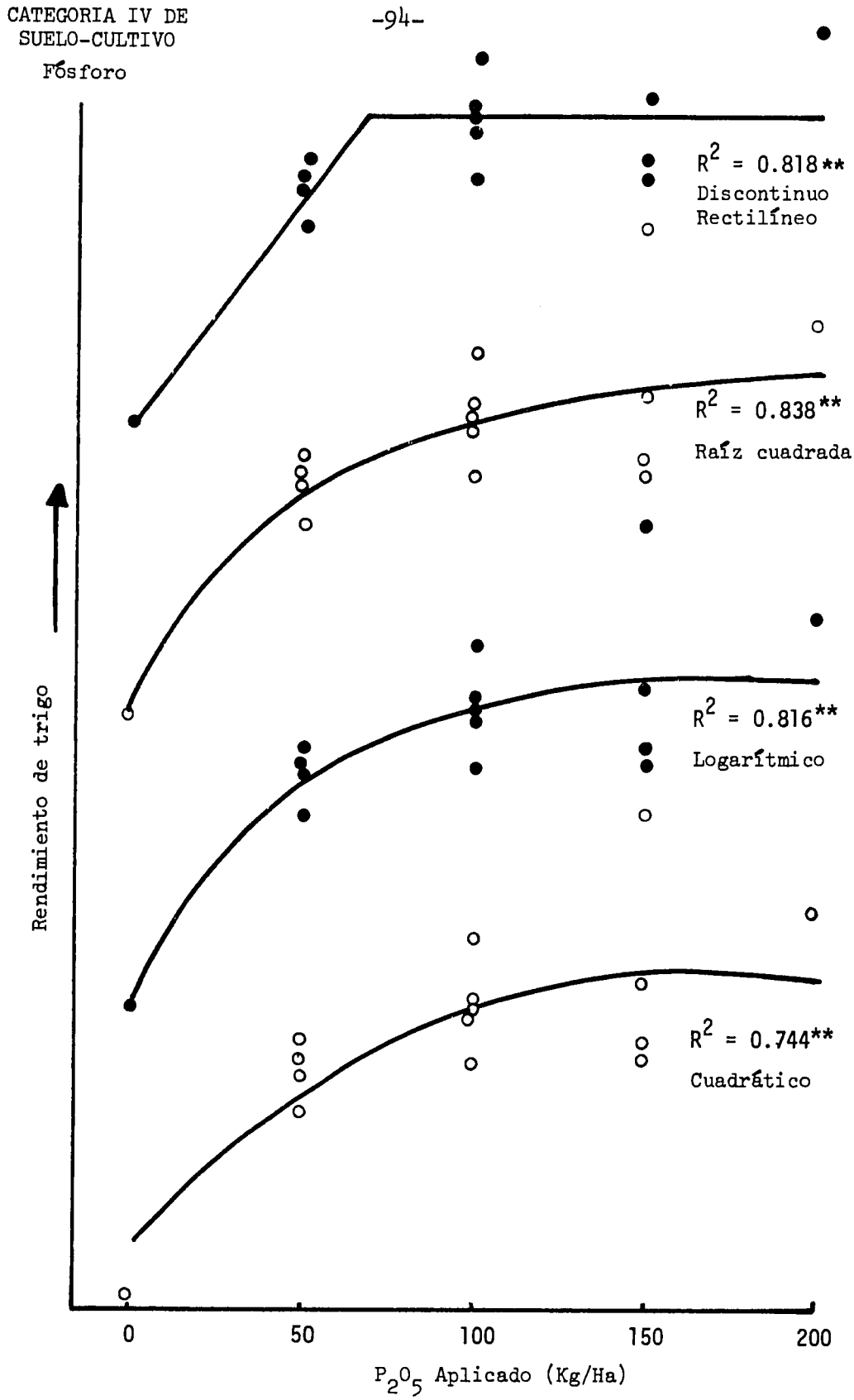


FIGURA G DEL APENDICE. La respuesta a fósforo en trigo ajustada a los modelos discontinuo rectilíneo, raíz cuadrada, logarítmico, y cuadrático.

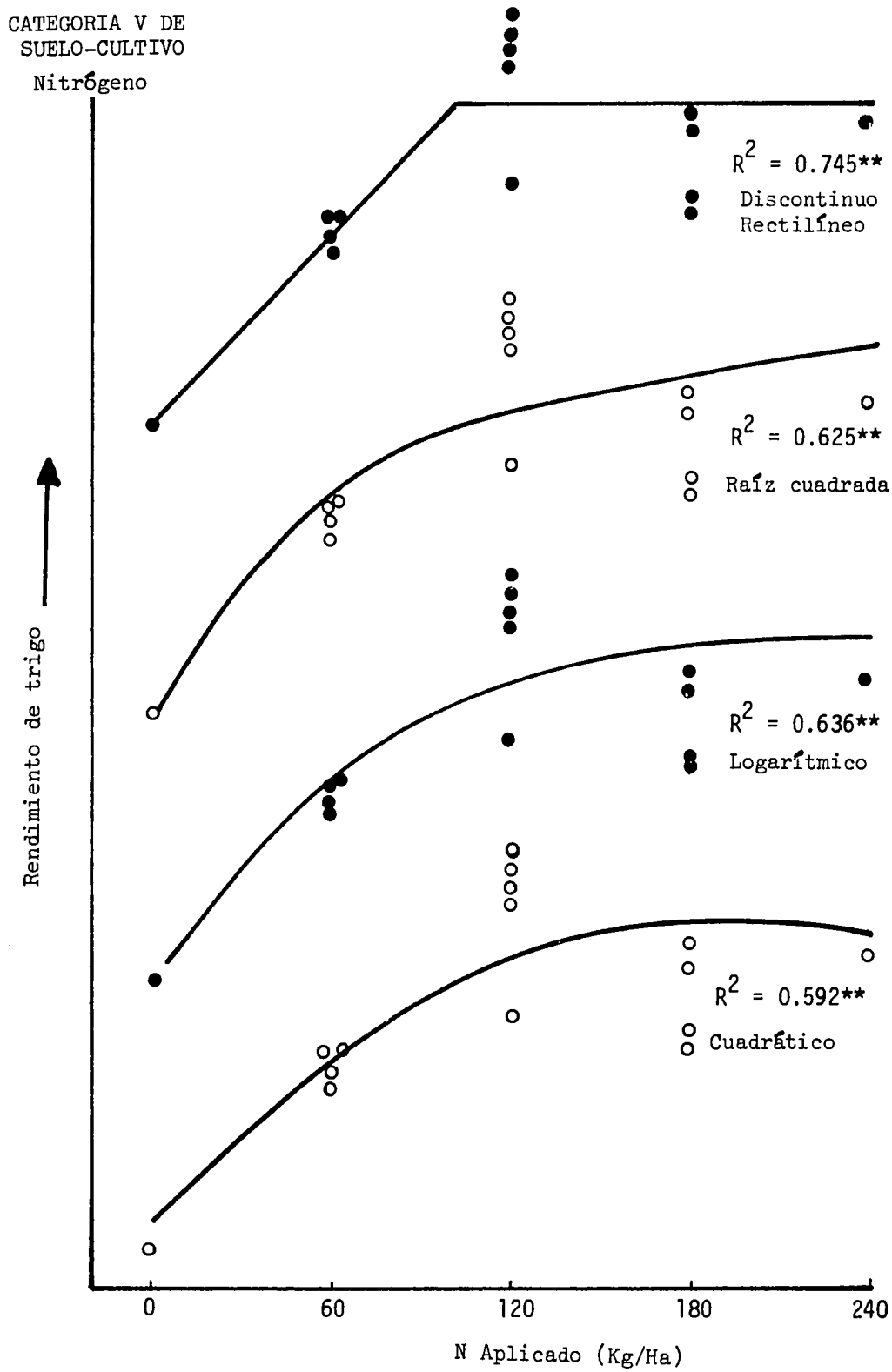


FIGURA H DEL APENDICE. La respuesta a nitrógeno en trigo ajustada a los modelos discontinuo rectilíneo, raíz cuadrada, logarítmico y cuadrático.

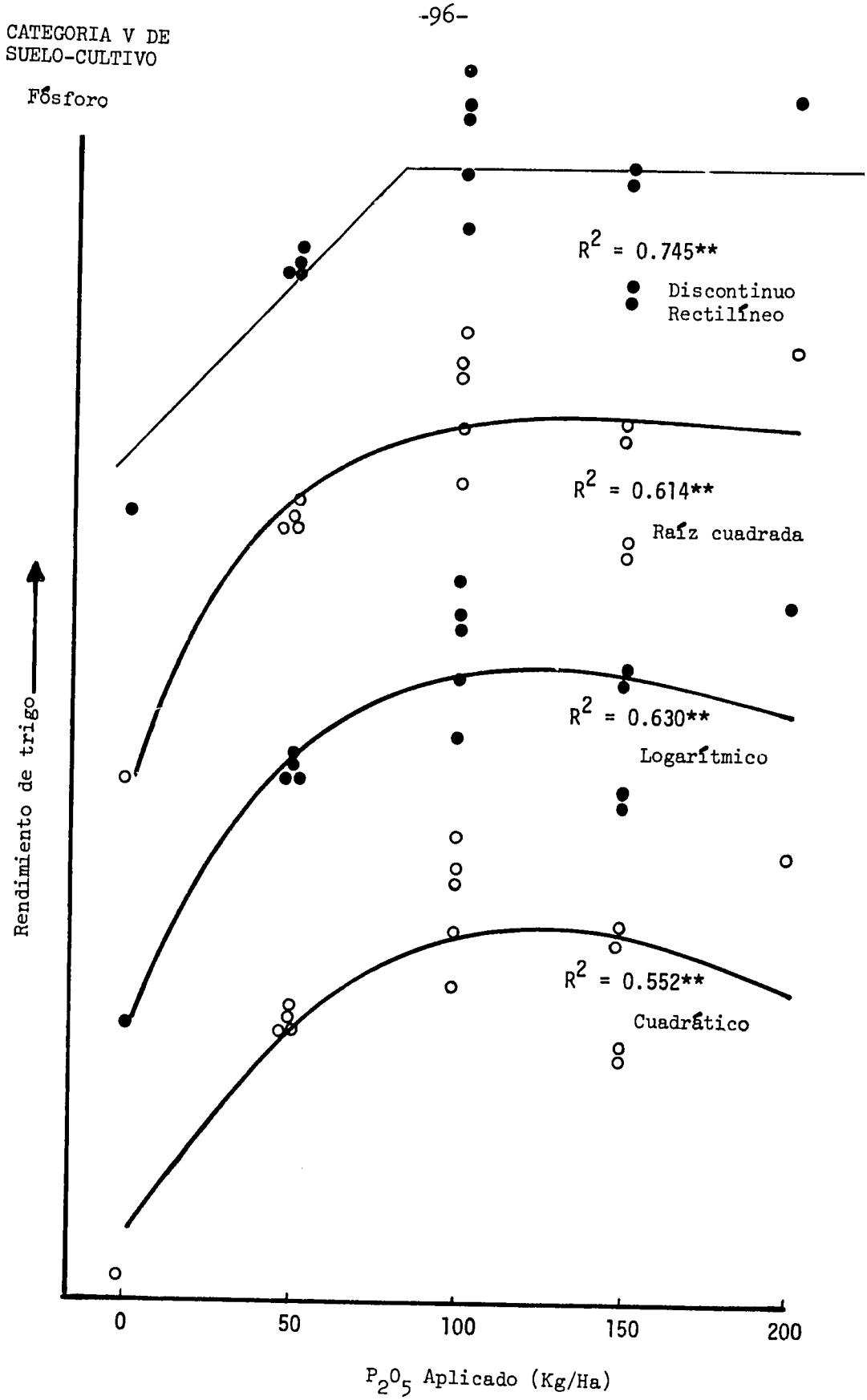


FIGURA I DEL APENDICE. La respuesta a fósforo en trigo ajustada a los modelos discontinuo rectilíneo, raíz cuadrada, logarítmico y cuadrático

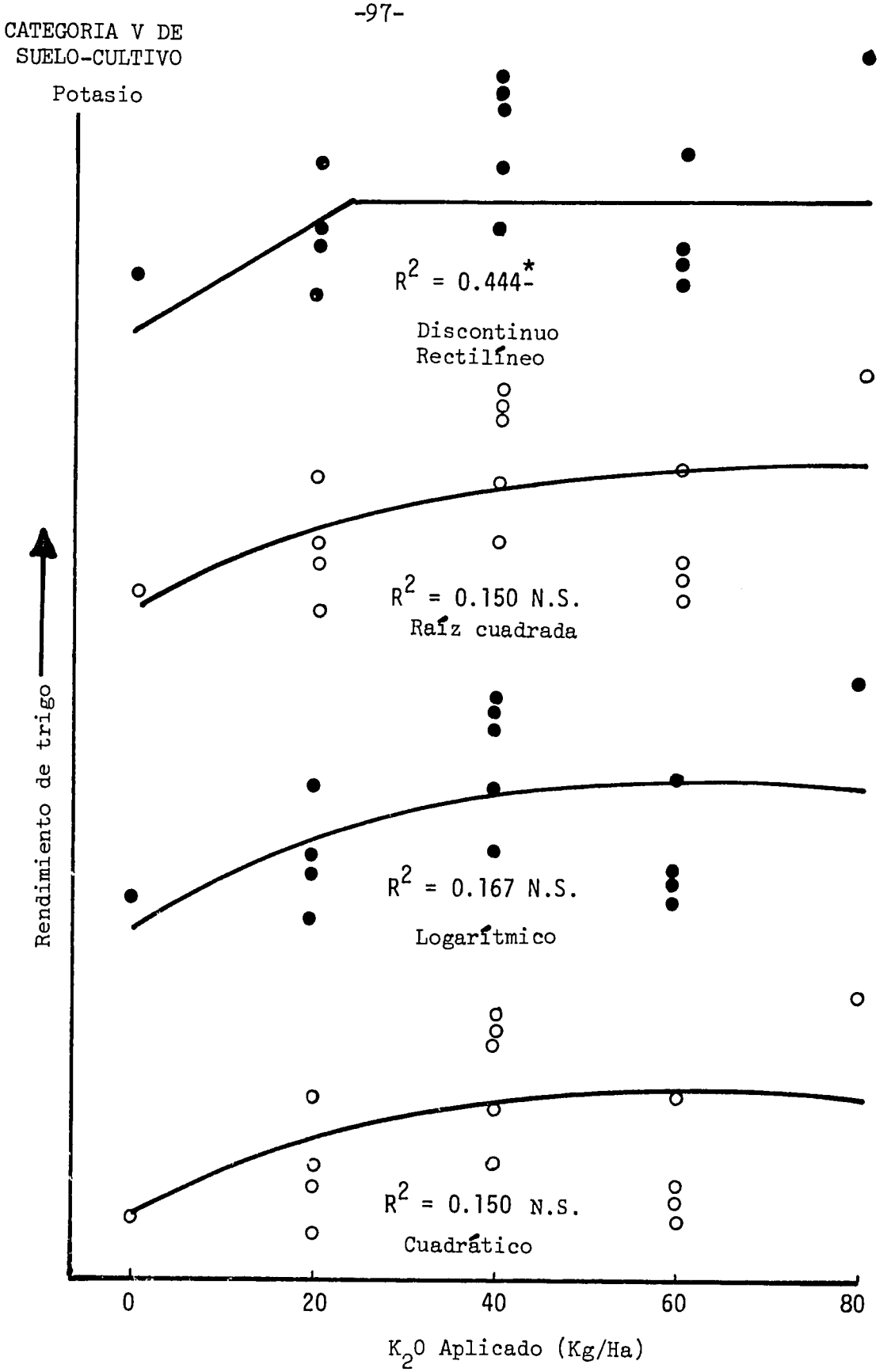


FIGURA J DEL APENDICE. La respuesta a potasio en trigo ajustada a los modelos discontinuo rectílineo, raíz cuadrada, logarítmico y cuadrático.

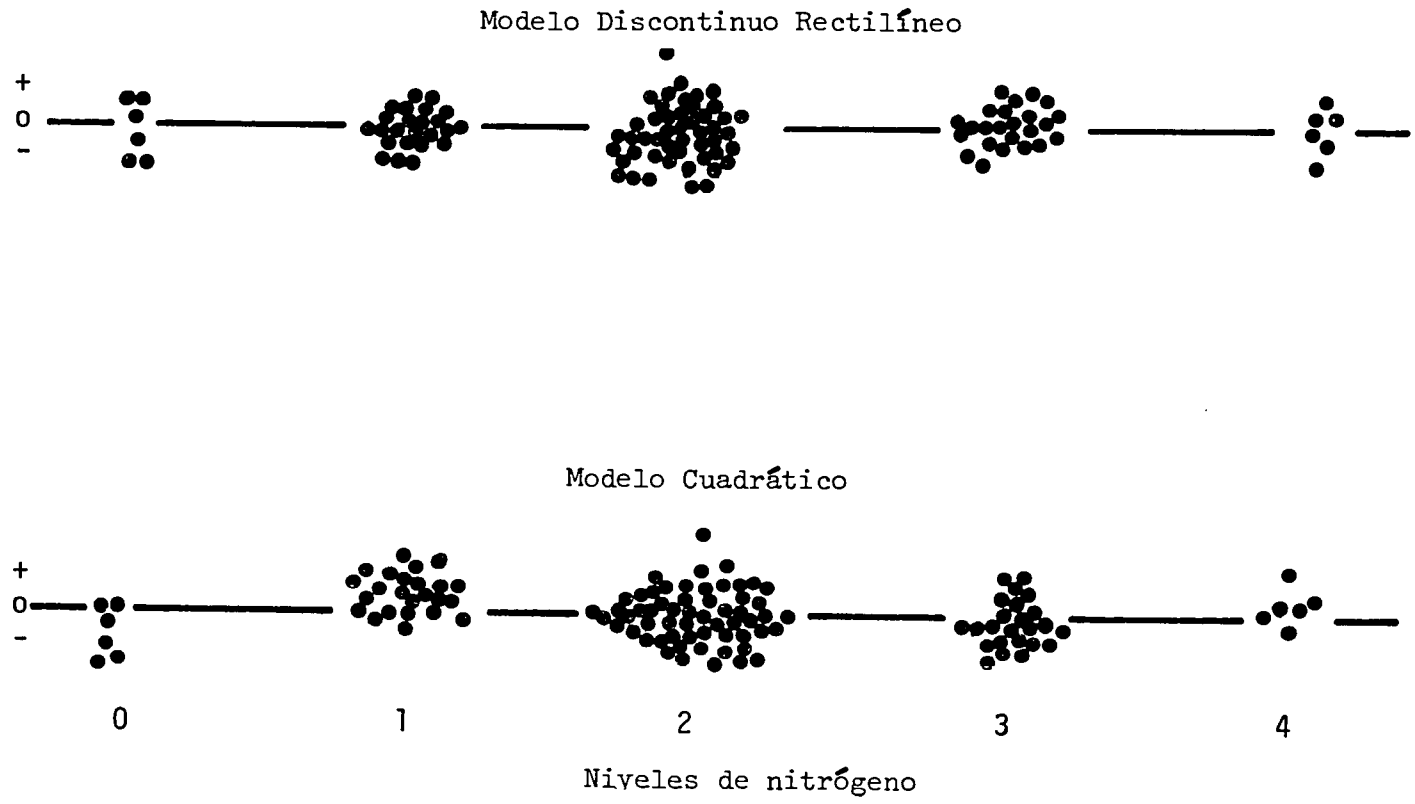
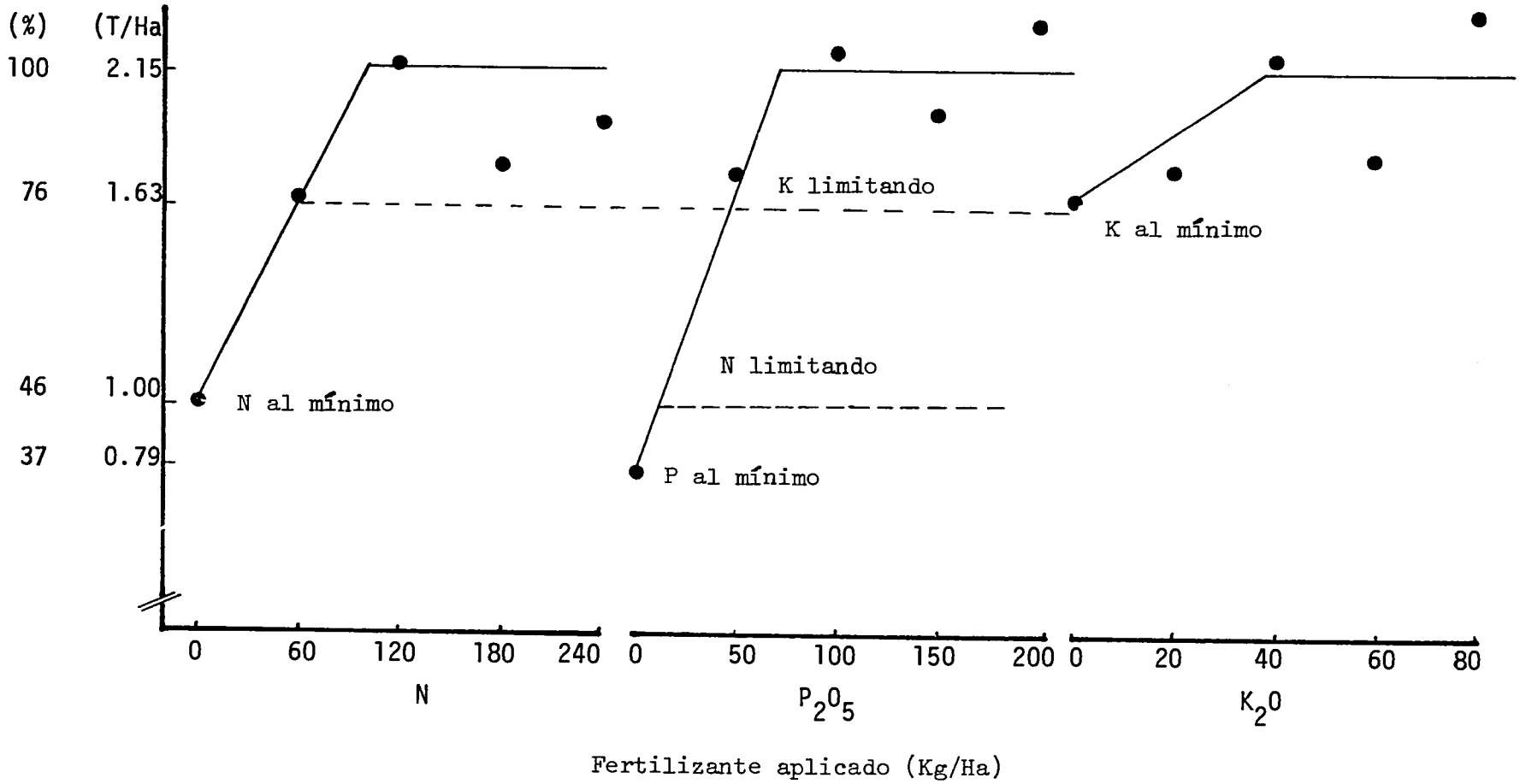


FIGURA K DEL APENDICE. Representación gráfica de los residuos de regresión para el conjunto de seis experimentos individuales de N de la categoría II de suelo-cultivo.



Opciones de las recomendaciones			
1. Para el rend. máx. estable	100-70-35	3. Para N al mínimo	0-15-0
2. Para K al mínimo	60-45-0	4. Para P al mínimo	Nada

FIGURA L DEL APENDICE. Interpretación de la respuesta a múltiples nutrientes y el desarrollo de recomendaciones de fertilizantes mediante una combinación de modelos discontinuos rectilíneos de nutrientes individuales: Categoría V de suelo-cultivo (trigo).

MODELO 1. DOS PUNTOS DETERMINAN LA PENDIENTE

(La recomendación (rec. x) se encuentra entre los niveles 1 y 2 de x. Si la recomendación x es <1 debe usarse el modelo 1-a; si es >1 debe usarse el modelo 1-b).

I. Datos Usados en el Ejemplo

$y = 16, 36, 40, 42, 36, 42$

$x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$

$Y\ máx = \frac{40 + 42 + 36 + 42}{4} = 40$

II. Ecuaciones y terminología

(Ver pág. 53 para terminología)

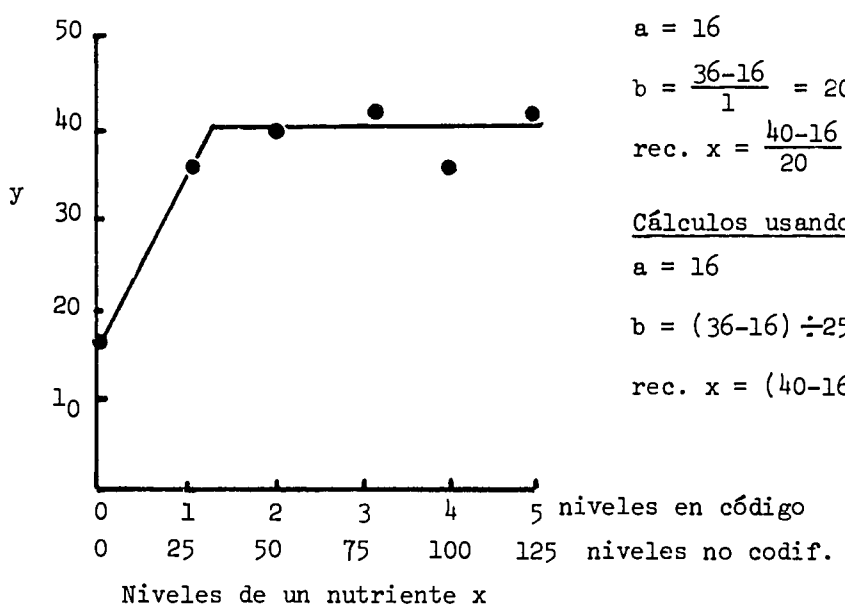
$y = a + bx$ (dónde Y máx. se obtiene en la rec. x)

$a = y_0$

$b = \frac{y_1 - y_0}{x_1}$

$rec.\ x = \frac{Y\ máx. - a}{b}$

III. Cálculos y preparación del gráfico



Cálculos usando x codif.

$a = 16$

$b = \frac{36-16}{1} = 20$

$rec.\ x = \frac{40-16}{20} = 1.2$

Cálculos usando x no codif.

$a = 16$

$b = (36-16) \div 25 = 0.8$

$rec.\ x = (40-16) \div 0.8 = 30$

FIGURA M DEL APENDICE. Procedimiento para calcular la recomendación de un nutriente mediante el uso del modelo discontinuo rectilíneo.

MODELO 1-a. EL RENDIMIENTO MAXIMO ESTABLE Y EL PROMEDIO DE DOS PUNTOS DETERMINAN LA PENDIENTE

(La recomendación (rec. x) se encuentra en el nivel 2).

I. Datos Usados en el Ejemplo

$y = 16, 24, 36, 36, 41, 41$

$x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$

$$Y\ máx. = \frac{36 + 36 + 41 + 41}{4} = 38.5$$

II. Ecuaciones y Terminología

(Ver pág. 53 para la terminología).

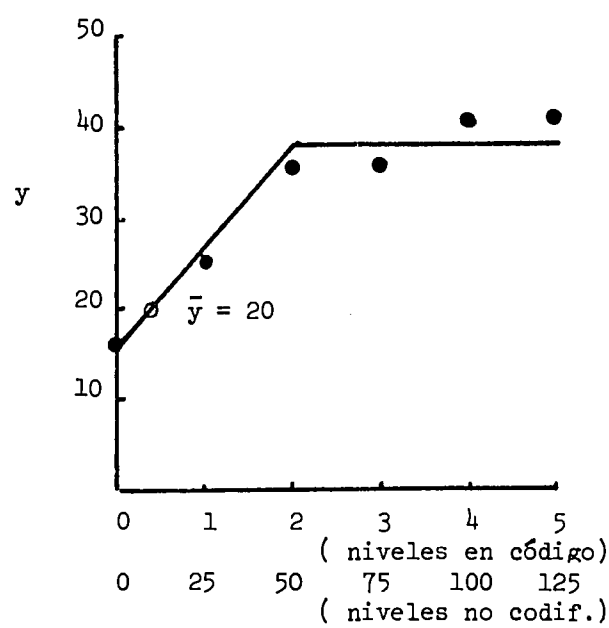
$y = a + bx$ (dónde Y máx. se obtiene en la rec. x)

$a = Y\ máx. - b\ (x_2)$

$$b = \frac{Y\ máx. - \left(\frac{y_0 - y_1}{2}\right)}{(1.5)\ x_1}$$

$$rec.\ x = \frac{Y\ máx. - a}{b}$$

III. Cálculos y preparación del gráfico



Cálculos usando x codif.

$$b = \frac{38.5 - \left(\frac{16 + 24}{2}\right)}{1.5} = 12.33$$

$$a = 38.5 - 12.33\ (2) = 13.84$$

$$rec.\ x = \frac{38.5 - 13.84}{12.33} = 2$$

Cálculos usando x no codif.

$$b = \frac{38.5 - \left(\frac{16 + 24}{2}\right)}{37.5} = 0.493$$

$$a = 38.5 - 0.493(50) = 13.85$$

$$rec.x = \frac{38.5 - 13.85}{0.493} = 50$$

FIGURA N DEL APENDICE. Procedimiento para calcular la recomendación de un nutriente mediante el uso del modelo discontinuo rectilíneo.

MODELO 1-b. UN PUNTO Y EL RENDIMIENTO MAXIMO ESTABLE DETERMINAN LA PENDIENTE

(La recomendación (rec. x) se encuentra en el nivel 1)

I. Datos Usados en el Ejemplo

$y = 16, 42, 38, 40, 39, 41$

$x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$

$$Y\ máx = \frac{42 + 38 + 40 + 39 + 41}{5} = 40$$

II. Ecuaciones y Terminología

(Ver pág. 53 para la terminología)

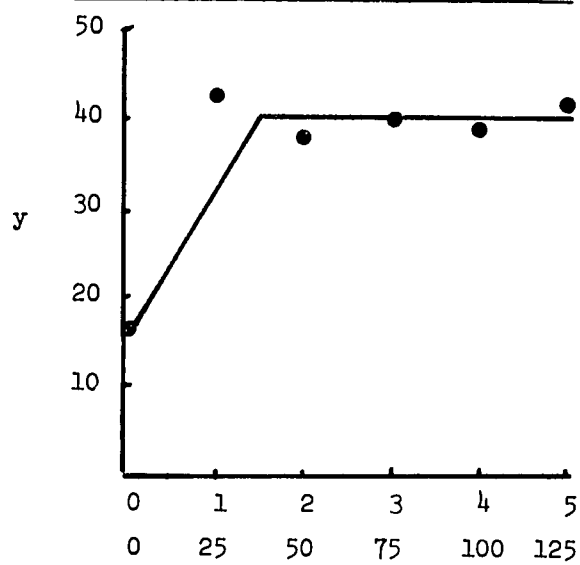
$y = a + bx$ (dónde Y máx. se obtiene en la rec. x)

$a = y_0$

$$b = \frac{Y\ máx - y_0}{x_1}$$

$$rec.\ x = \frac{Y\ máx. - a}{b}$$

III. Cálculos y preparación del gráfico



Cálculos usando x codif.

a = 16

b = (40-16) ÷ 1 = 24

rec. x = (40-16) ÷ 24 = 1

Cálculos usando x no codif.

a = 16

b = (40-16) ÷ 25 = 0.96

rec. x = (40-16) ÷ 0.96 = 25

FIGURA 0 DEL APENDICE. Procedimiento para calcular la recomendación de un nutriente mediante el uso del modelo discontinuo rectilíneo.

MODELO 2. TRES PUNTOS DETERMINAN LA PENDIENTE

(La recomendación (rec. x) se encuentra entre los niveles 2 y 3. Se debe usar el modelo 1 si rec. x es < 2; o el modelo 2-a si rec. x > 3).

I. Datos Usados en el Ejemplo

$y = 16, 24, 36, 36, 41, 42$

$x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$

$$Y\text{máx} = \frac{36 + 41 + 41}{3} = 39.3$$

II. Ecuaciones y terminología

n = número de observaciones

(Ver pág. 53 para la terminología)

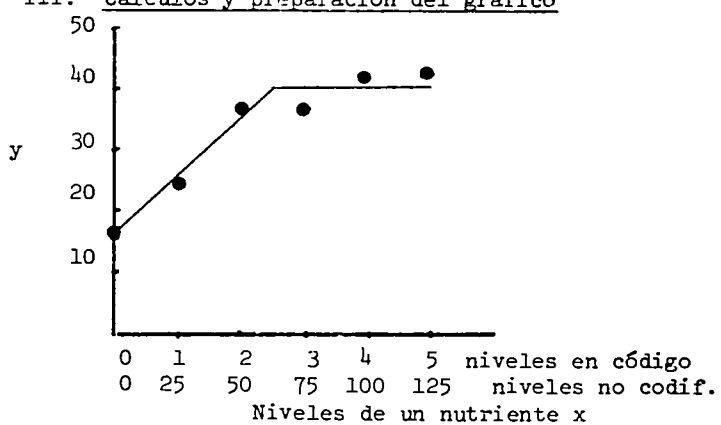
$y = a + bx$ (dónde Y máx. se obtiene en la rec. x)

$$a = \frac{(\Sigma x^2)(\Sigma y) - (\Sigma x)(\Sigma xy)}{(n)(\Sigma x^2) - (\Sigma x)^2}$$

$$b = \frac{(n)(\Sigma xy) - (\Sigma x)(\Sigma y)}{(n)(\Sigma x^2) - (\Sigma x^2)}$$

$$\text{rec. } x = \frac{Y\text{ máx} - a}{b}$$

III. Cálculos y preparación del gráfico



Cálculos usando x codificado

$n = 3$, $(\Sigma x)^2 = 9$

x	y	xy	x^2
0	16	0	0
1	24	24	1
2	36	72	4
3	76	96	5

$$a = \frac{(5)(76) - (3)(96)}{(3)(5) - 9} = \frac{380-288}{6} = 15.3$$

$$b = \frac{(3)(96) - (3)(76)}{6} = \frac{288-228}{6} = 10$$

$$\text{rec} = (39.3 - 15.3) \div 10 = 2.40$$

Cálculos usando x no codificado

$n = 3$, $(\Sigma x)^2 = 5625$

x	y	xy	x^2
0	16	0	0
25	24	600	625
50	36	1800	2500
75	76	2400	3125

$$a = \frac{(3125)(76) - (75)(2400)}{(3)(3125) - 5625} = \frac{237500-180000}{9375 - 5625} = 15.3$$

$$b = \frac{(3)(2400) - (75)(76)}{3750} = \frac{7200-5700}{3750} = 0.4$$

$$\text{rec.} = (39.3 - 15.3) \div 0.4 = 60$$

FIGURA P DEL APENDICE. Procedimiento para calcular la recomendación de un nutriente mediante el uso del modelo discontinuo rectilíneo.

MODELO 2-a. EL RENDIMIENTO MAXIMO ESTABLE Y EL PROMEDIO DE TRES PUNTOS DETERMINAN LA PENDIENTE

(La recomendación (rec. x) se encuentra en el nivel 3).

I. Datos Usados en el Ejemplo

$y = 16, 28, 30, 42, 38, 40$

$x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$

$Y\ máx = \frac{42 + 38 + 40}{3} = 40$

Promedio de tres puntos en la pendiente $(\bar{y}) = \frac{y_0 + y_1 + y_2}{3} = \frac{16+28+30}{3} = 24.67$

II. Ecuaciones y terminología

(Ver pág. 53 para la terminología)

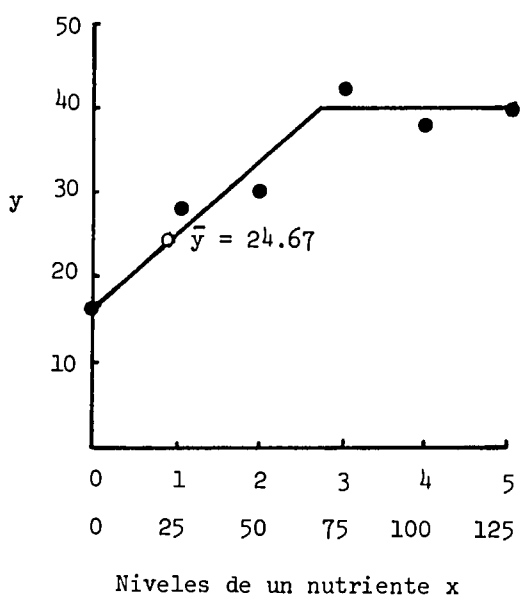
$y = a + bx$ (dónde Y máx. se obtiene en la rec. x).

$a = Y\ máx. - b\ (x_3)$

$b = \frac{Y\ máx. - \left(\frac{y_0 + y_1 + y_2}{3}\right)}{(2)\ x_1}$

$rec.\ x = \frac{Y\ máx - a}{b}$

III. Cálculos y preparación del gráfico



Cálculos usando x codif.

$b = (40-24.67) \div 2 = 7.67$

$a = 40 - 7.67\ (3) = 17$

$rec.\ x = (40-17) \div 7.67 = 3$

Cálculos usando x no codif.

$b = (40-24.67) \div 50 = .3067$

$a = 40 - .3067\ (75) = 17$

$rec.\ x = (40-17) \div 0.3067 = 75$

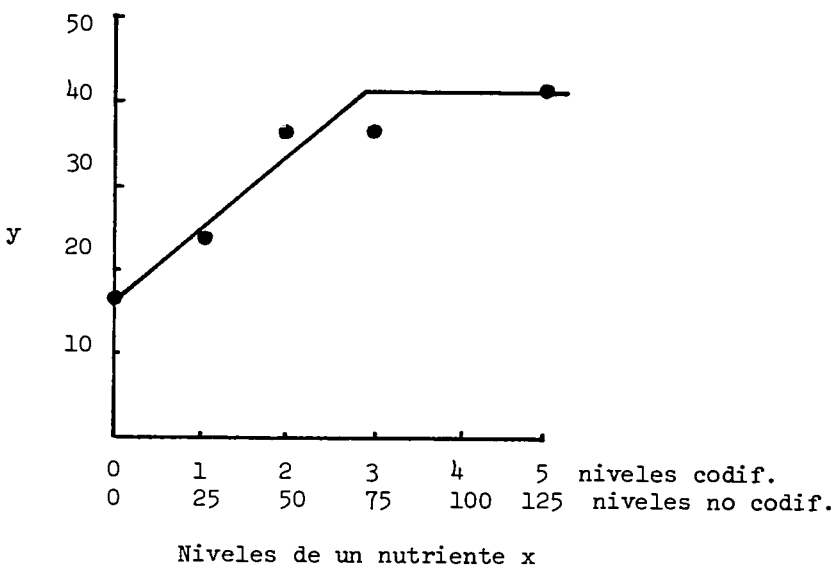
FIGURA Q DEL APENDICE. Procedimiento para calcular la recomendación de un nutriente mediante el uso del modelo discontinuo rectilíneo.

MODELO 3. CUATRO PUNTOS DETERMINAN LA PENDIENTE

(La recomendación (rec. x) se encuentra entre 3 y 4. Si rec. x < 3, se debe usar el modelo 2. Si rec. x es > 3, debe usarse el modelo 3a).

Nota.- Para este modelo se está haciendo uso de los mismos datos y ecuaciones utilizadas en el modelo 2.

Cálculos y preparación del gráfico



Cálculos usando x codificado

x	y	xy	x^2
0	16	0	0
1	24	24	1
2	36	72	4
3	36	108	9
6	112	204	14

$n = 4$

$(\Sigma x)^2 = 36$

$$a = \frac{(14)\ (112) - (6)\ (204)}{(4)\ (14) - 36} = \frac{1568 - 1224}{56 - 36} = 17.2$$

$$b = \frac{(4)\ (204) - (6)\ (112)}{20} = \frac{816-672}{20} = 7.2$$

$$rec = \frac{41-17.2}{7.2} = 3.3$$

Cálculos usando x no codificado

x	y	xy	x^2
0	16	0	0
25	24	600	625
50	36	1800	2500
75	36	2700	5625
150	112	5100	8750

$n = 4$

$(\Sigma x)^2 = 22500$

$$a = \frac{(8750)\ (112) - (150)(5100)}{(4)\ (8750) - 22500} = \frac{980{,}000 - 765{,}000}{35{,}000 - 22{,}500} = \frac{215000}{12500} = 17.2$$

$$b = \frac{(4)(5100) - (150)(112)}{12500} = \frac{20{,}400 - 16{,}800}{12500} = \frac{3600}{12500} = .288$$

$$rec.\ x = \frac{41-17.2}{.288} = 82.64$$

FIGURA R DEL APENDICE. Procedimiento para calcular la recomendación de un nutriente mediante el uso del modelo discontinuo rectilíneo.

MODELO 3-a. EL RENDIMIENTO MAXIMO ESTABLE Y EL PROMEDIO DE CUATRO PUNTOS DETERMINAN LA PENDIENTE

(La recomendación (rec. x) se encuentra en el nivel 4)

I. Datos Usados en el Ejemplo

$y = 18, 16, 28, 26, 40, 40$

$x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$

$$Y\ max = \frac{40 + 40}{2} = 40$$

Promedio de 4 puntos en la pendiente $(\bar{y}) = \frac{y_0+y_1+y_2+y_3}{4} = \frac{18+16+28+26}{4} = 22$

II. Ecuaciones y terminología

(Ver pág. 53 para la terminología)

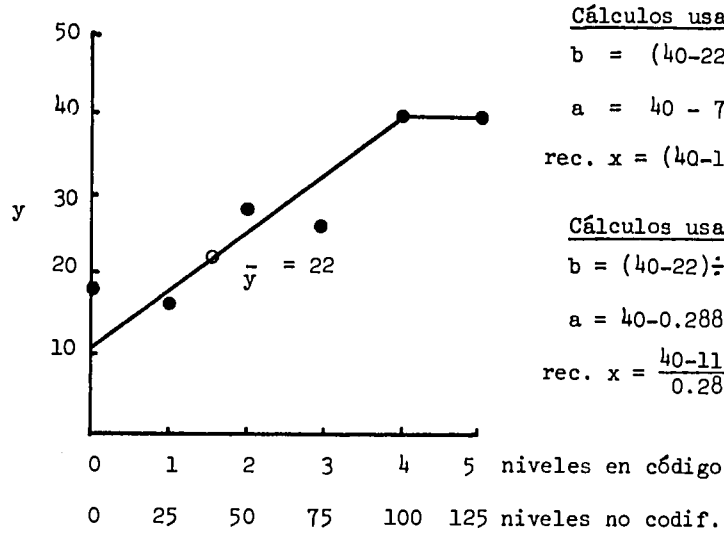
$y = a + bx$ (dónde Y máx. se obtiene en la rec. x)

$a = Y\ máx. - b\ (x_4)$

$$b = \frac{Y\ max - \left(\frac{y_0 + y_1 + y_2 + y_3}{4}\right)}{2.5\ (x_1)}$$

$$rec.\ x = \frac{Y\ max - a}{b}$$

III. Cálculos y preparación del gráfico



Cálculos usando x codif.

$b = (40-22) \div 2.5 = 7.2$

$a = 40 - 7.2(4) = 11.2$

$rec.\ x = (40-11.2) \div 7.2 = 4$

Cálculos usando x no codif.

$b = (40-22) \div 62.5 = 0.288$

$a = 40-0.288(100) = 11.2$

$$rec.\ x = \frac{40-11.2}{0.288} = 100$$

FIGURA S DEL APENDICE. Procedimiento para calcular la recomendación de un nutriente mediante el uso del modelo discontinuo rectilíneo.