PN-AAM-748
ISN: 28157

5860063/62

# PROYECTO CENTROAMERICANO DE FERTILIDAD DE SUELOS

Practical use of the discontinuous models for Rapid Interpretation of the response of cultivars to the Application of Fertilizers

***Uso práctico de los modelos discontinuos para interpretación rápida de la respuesta de cultivos a la aplicación de fertilizantes***

James Walker

Washington Bejarano

Anexo 4

CATIE

CENTRO AGRONOMICO TROPICAL DE INVESTIGACION Y ENSEÑANZA

TURRIALBA, COSTA RICA

1978

CATIE
CENTRO AGRONOMICO TROPICAL DE INVESTIGACION Y ENSEÑANZA
Programa de Cultivos Anuales
Proyecto Centroamericano de Fertilidad de Suelos

# USO PRACTICO DE LOS MODELOS DISCONTINUOS PARA INTERPRETACION RAPIDA DE LA RESPUESTA DE CULTIVOS A LA APLICACION DE FERTILIZANTES

James L. Walker
Washington Bejarano

Turrialba, Costa Rica
1978

TABLA DE CONTENIDO


| | | Página |
|---|---|---|
| I | INTRODUCCION | 1 |
| II | BREVE DESCRIPCION DE LA METODOLOGIA DE INVESTIGACION CON FERTILIZANTES | 2 |
| | 1. Reconocimiento de la zona de trabajo..... | 2 |
| | 2. Selección de sitios experimentales..... | 2 |
| | 3. Características de los suelos de los sitios experimentales | 3 |
| | 4. Muestreo de suelos para experimentos..... | 3 |
| | 5. Análisis de laboratorio..... | 5 |
| | 6. Pruebas de invernadero..... | 6 |
| | 7. experimentos de campo..... | 7 |
| | a. Los objetivos..... | 8 |
| | b. En los materiales..... | 8 |
| | c. En los métodos..... | 8 |
| | d. El manejo del experimento..... | 19 |
| III | LA NECESIDAD DE UN SISTEMA SENCILLO Y RAPIDO DE INTERPRETACION | 20 |
| IV | CONSIDERACIONES VARIAS EN LA INTERPRETACION DE EXPERIMENTOS CON FERTILIZANTES | 24 |
| | 1. EL PROPOSITO DE LA INTERPRETACION DE LA RESPUESTA A LOS FERTILIZANTES..... | 24 |
| | 2. REVISION DE LOS MODELOS USADOS PARA INTERPRETAR LA RESPUESTA A LOS FERTILIZANTES..... | 25 |
| | 3. DIFICULTADES CON EL MODELO TRADICIONAL DE RESPUESTA A LOS FERTILIZANTES..... | 32 |
| | a. Sesgamiento del modelo de interpretacion..... | 32 |
| | b. Variabilidad observada en el rendimiento con la aplicación de dosis altas de nutrimentos..... | 32 |

Página

4. MODELOS ALTERNOS PARA SER USADOS EN LA INTERPRETACION DE DATOS DE RESPUESTA A LOS FERTILIZANTES..... 35

5. INTERACCION ENTRE NUTRIMENTOS Y LA RESPUESTA A UN NUTRIMENTO INDIVIDUAL..... 37

6. INTERPRETACION DE LA RESPUESTA A LOS FERTILIZANTES PARA UN CONJUNTO DE LOCALIDADES..... 42

V CALCULO DE MODELOS DISCONTINUOS EN EXPERIMENTOS DE CAMPO CON UN SOLO NUTRIMENTO 47

1. DEFINICIONES..... 47

2. PASOS A SEGUIRSE EN EL CALCULO..... 48

a. Calcular los Rendimientos Promedios..... 49

b. Hacer un Gráfico con los Promedios Rendimientos.... 50

c. Calcular la Meseta Provisional de Rendimiento..... 50

d. Calcular los Modelos Discontinuos..... 52

d-1. Modelo de Dos Puntos..... 52

d-2. Modelo de Tres Puntos..... 52

d-3. Modelo de Cuatro Puntos..... 56

d-4. Modelo de Tres Puntos y la Meseta..... 59

d-5. Modelo de Cuatro Puntos y la Meseta..... 59

e. Determinación del Modelo de Mejor Ajuste..... 64

VI CALCULO DE MODELOS DISCONTINUOS EN EXPERIMENTOS DE CAMPO CON MAS DE UN NUTRIMENTO 65

1. DEFINICIONES..... 65

2. PASOS A SEGUIRSE EN EL CALCULO..... 68

a, Calcular los Rendimientos Promedios..... 70

b. Hacer un Gráfico con los Promedios de Rendimiento.. 70

c. Calcular la Meseta Provisional de Rendimiento..... 70

Página

d. Calcular los Modelos para el Nitrógeno..... 74

d-1. Modelo de Dos Puntos..... 74

d-2. Modelo de Tres Puntos..... 74

d-3. Modelo de Cuatro Puntos..... 76

d-4. Modelo de un Punto y la Meseta..... 77

d-5. Modelo de Dos Puntos y la Meseta..... 78

d-6. Modelo de Tres Puntos y la Meseta..... 78

d-7. Modelo de Cuatro Puntos y la Meseta..... 79

e. Determinación del Modelo de Mejor Ajuste para el Nitrógeno..... 80

f. Calcular los Modelos para el Fósforo..... 80

f-1. Modelo de Dos Puntos..... 80

f-2. Modelo de Tres Puntos..... 81

f-3. Modelo de Cuatro Puntos..... 82

f-4. Modelo de un Punto y la Meseta..... 83

f-5. Modelo de Dos Puntos y la Meseta..... 83

f-6. Modelo de Tres Puntos y la Meseta..... 83

f-7. Modelo de Cuatro Puntos y la Meseta..... 84

g. Determinación del Modelo de Mejor Ajuste para el Fósforo..... 84

## LISTA DE FIGURAS


| | | Página |
|---|---|---|
| 1. | Gráfico del sistema de muestreo de suelos en los sitios previstos para experimentos con fertilizantes..... | 4 |
| 2. | Posición en el espacio de exploración de los puntos de ocho diseños de tratamientos..... | 13-14 |
| 3. | Puntos en el espacio de exploración de un diseño factorial incompleto para dos factores cada uno con cinco niveles... | 18 |
| 4. | Fósforo del suelo extraído con $NaHCO_3$, 0. 5 M (1/10) en relación al rendimiento relativo de papas en experimentos de campo..... | 26 |
| 5. | Curva de respuesta predictiva del modelo cuadrático, usando los promedios de experimentos de un conjunto de localidades | 27 |
| 6. | Curva de respuesta predictiva del modelo raíz cuadrada, usando promedios de experimentos de un conjunto de localidades..... | 28 |
| 7. | Curva de respuesta predictiva del modelo logarítmico, usando los promedios de experimentos de un conjunto de localidades | 29 |
| 8. | Comparación gráfica de las curvas de respuesta predictiva de los modelos cuadrático y Mitscherlich..... | 30 |
| 9. | El modelo discontinuo rectilíneo teniendo como base la Ley del Mínimo de Liebig..... | 36 |
| 10. | Interpretación de la respuesta a múltiples nutrimentos.... | 38 |
| 11. | Líneas de respuesta predictiva del modelo discontinuo rectilíneo, usando los promedios de experimentos de un conjunto de localidades..... | 44 |
| 12. | Representaciónggráfica de los residuos de regresión para un conjunto de seis experimentos con nitrógeno..... | 45 |
| 13. | Relación entre los rendimientos promedios de ajonjolí con los niveles de nitrógeno..... | 51 |
| 14. | Representación gráfica en la cual dos puntos, $y_0$ y $y_1$ determinan la pendiente..... | 53 |

Página

15. Representación gráfica en la cual tres puntos, $y_0$, $y_1$ y $y_2$, determinan la pendiente..... 54

16. Representación gráfica en la cual cuatro puntos, $y_0$, $y_1$, $y_2$ y $y_3$, determinan la pendiente..... 57

17. Representación gráfica en la cual un punto, $y_0$, y la meset determinan la pendiente..... 60

18. Representación gráfica en la cual dos puntos, $y_0$, $y_1$, y la meseta determinan la pendiente..... 61

19. Representación gráfica en la cual tres puntos, $y_0$, $y_1$, $y_2$, y la meseta determinan la pendiente..... 62

20. Representación gráfica en la cual cuatro puntos, $y_0$, $y_1$, $y_2$ y $y_3$, y la meseta determinan la pendiente..... 63

21. Relación del rendimiento de ajonjolí con los niveles de nitrógeno. Usando los rendimientos promedios observados y los rendimientos calculados con el modelo discontinuo de mejor ajuste..... 67

22. Relación entre los rendimientos promedios de frijol con los niveles de nitrógeno y de fósforo..... 71

# USO PRACTICO DE LOS MODELOS DISCONTINUOS PARA INTERPRETACION RAPIDA DE LA RESPUESTA DE CULTIVOS A LA APLICACION DE FERTILIZANTES

James L. Walker*
Washington Bejarano**

## I INTRODUCCION

Uno de los objetivos fundamentales de un programa de fertilidad de suelos, es llegar a conocer con aceptable grado de precisión la cantidad de un nutrimento con el cual un cultivo produce el máximo rendimiento estable en un sitio y en una zona específica, para luego pasar a la predicción de la cantidad que debe aplicarse de dicho nutrimento a fin de poder obtener un adecuado desarrollo y un máximo rendimiento en un cultivo futuro.

Cuando se emprende la realización de un proyecto de esta naturaleza se piensa que se dispone de varias metodologías para ello; tales como: el análisis foliar, el análisis de suelos, pruebas biológicas de invernadero y experimentos de campo. Es muy difícil que estas metodologías por sí solas, lleguen a proporcionar una información suficiente y confiable que permita alcanzar el objetivo que se persigue.

De ahí que para obtener la información requerida, es necesario poner en práctica un programa integrado de investigación que tenga una

---

* Ph.D., Coordinador del Proyecto Centroamericano de Fertilidad de Suelos, Científico Residente del CATIE y Líder del Proyecto, contrato entre Agricultural Environmental Systems, Inc. (Raleigh, N.C.) y ROCAP (AID).

** Ing. Agr., M.S., Técnico del Proyecto Centroamericano de Fertilidad de Suelos, CATIE.

secuencia ordenada, usando las metodologías antes mencionadas no en forma aislada, sino como etapas correlacionadas entre sí. La información obtenida debe ser adecuadamente interpretada para finalmente llegar al conocimiento de las mejores recomendaciones de fertilizantes.

## II BREVE DESCRIPCION DE LA METODOLOGIA DE INVESTIGACION CON FERTILIZANTES

### 1. RECONOCIMIENTO DE LA ZONA DE TRABAJO

Para elaborar el plan de trabajo, dependiendo del o los cultivos que se van a investigar, primeramente se debe ubicar la o las zonas geográficas en donde existe un medio ambiente favorable (clima, suelo, variedades adaptadas) para el crecimiento y producción del cultivo. También es necesario hacer un breve diagnóstico agro-socio-económico de la zona, a fin de conocer con cierto grado de aproximación, si la zona amerita usarla como área de investigación.

### 2. SELECCION DE SITIOS EXPERIMENTALES

Los experimentos de campo constituyen una de las últimas etapas de la secuencia, sin embargo, comienza temprano la selección de sitios experimentales, debido a que de ellos se tomarán las muestras de suelos para los análisis químicos y para los estudios de invernadero. Para el efecto, se seleccionará un 50% más de sitios experimentales que el número de experimentos planificado. Los experimentos deberán estar estratégicamente ubicados en un número tal que permita cubrir las principales subzonas o áreas con características ligeramente variables dentro de la zona. Obviamente, cada sitio experimental deberá tener intrinsicamente

algunas características que le habiliten como tal (ser representativo del área, uniforme, en pendiente, color y fertilidad del suelo; tener acceso permanente; buen drenaje; etc.).

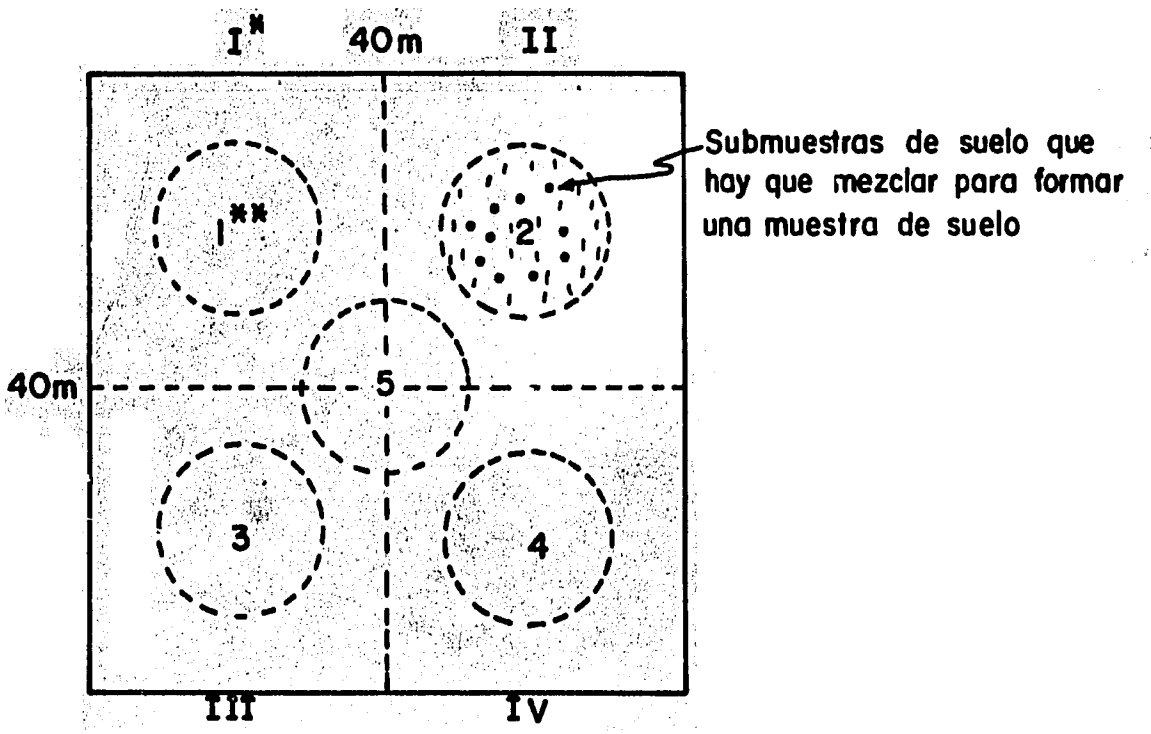
## 3. CARACTERISTICAS DE LOS SUELOS DE LOS SITIOS EXPERIMENTALES

Desde el punto de vista de su fertilidad es necesario seleccionar sitios con suelos de bajo, medio y alto nivel de fertilidad para el o los elementos nutritivos que se van a estudiar. De esta manera se tendrán suelos con un rango de fertilidad de bajo a alto, requisito que se hace indispensable para determinar o reajustar los niveles críticos de los análisis químicos, cuando ya se dispone de la información generada en laboratorio, invernadero y campo.

Para conocer donde hay suelos con bajo, medio y alto contenido de un elemento, es aconsejable revisar los archivos de análisis de suelos de la zona de interés, análisis que generalmente los tienen en suficiente número los laboratorios de suelos de los países. En adición, se aconsejan hacer visitas a las áreas de interés para estudiar las condiciones de crecimiento de los cultivos identificando campos por muestrear donde el crecimiento del cultivo sea bueno, regular o deficiente. Este último, sin relacionarlo con el efecto de patógeno.

## 4. MUESTREO DE SUELOS PARA EXPERIMENTOS

En la totalidad de los lotes seleccionados para ser potencialmente utilizados, se marcará el área máxima que ocupará el experimento y luego se tomarán cinco muestras compuestas de suelo con dos meses de anticipación a la siembra (cada una con 30 submuestras), en la forma que indica la Figura 1.




* Números romanos : Repeticiones del experimento

** Números arábigos : Muestras de suelos

Fig. I Gráfico del sistema de muestreo de suelos en los sitios previstos para experimentos con fertilizantes

Estas muestras serán sometidas a un análisis completo de fertilidad, sus resultados permitirán determinar si los lotes son uniformes en el contenido de los elementos de interés. Aquellos lotes que presenten gradientes de fertilidad, que les hacen heterogéneos hasta tal punto que puedan afectar a los tratamientos, deben ser rechazados. En todo caso, esto sitios no sobrepasarán el 50% del total de lotes elegidos inicialmente.

Una vez hecha la selección de los sitios definitivos, es importante caracterizar al suelo por medio de la descripción del perfil, esto permitiría más tarde relacionar los datos de respuesta del cultivo a la aplicación de fertilizantes con el tipo de suelo en donde se trabajó. Establecida esta correlación, será factible la extrapolación de la información obtenida, a otras zonas con iguales características de suelo y medio ambiente.

También, se deberán tomar al mismo tiempo de la capa arable y en cada uno de los lotes, muestras compuestas y representativas de aproximadamente 20 Kg, para realizar una o dos pruebas de invernadero, antes de la siembra.

## 5. ANALISIS DE LABORATORIO

El análisis de suelos, involucra el uso de procedimientos analíticos y de interpretaciones de resultados para determinar el nivel de fertilidad de los distintos elementos nutritivos, en términos de deficiente, adecuada o excesiva disponibilidad. Esto sirve de base para corregir dicho nivel de fertilidad cuando así lo requiere el crecimiento y producción de un cultivo. El análisis está basado, en la teoría de que existen

ciertos "niveles críticos" en relación al método analítico utilizado y a la respuesta del cultivo cuando se aplica un determinado elemento. Cuando el nivel de un elemento analizado está bajo o sobre el "nivel crítico", el crecimiento de la planta estará dado por el contenido que tenga el suelo de dicho elemento.

Hay evidencias que indican que los niveles críticos pueden ser diferentes dependiendo del cultivo, pero hasta ahora hay pocos datos que indiquen que el nivel crítico puede ser diferente dependiendo del tipo de suelo. Por lo tanto, si los procedimientos de análisis proveen de información sobre el estado de fertilidad de un suelo, se puede considerar que sirven para un propósito útil.

Por otra parte, siendo el suelo un sistema dinámico, cuando se le agrega un nutrimento, éste está sujeto a sufrir cambios debido a las reacciones físico-químicas y biológicas que tienen lugar en el suelo. A este cambio, se le ha denominado "Sorción" y puesto que ésta afecta la disponibilidad de los elementos, es conveniente determinar en el laboratorio la capacidad de "fijación o sorción" de los suelos para los principales elementos nutritivos.

Es decir, que a través del análisis y su interpretación es posible conocer en principio las deficiencias de elementos, toxicidades, desbalances, salinidad, acidez y capacidad de fijación de un suelo.

## 6. PRUEBAS DE INVERNADERO

Los resultados de los análisis químicos y de las curvas de sorción, servirán de base para el cálculo de las soluciones nutritivas; estas soluciones constituyen los tratamientos en la prueba del elemento

faltante que se conduce en el invernadero con el suelo de cada sitio experimental seleccionado; la prueba se realizará usando una planta indicadora.

Los experimentos de invernadero tienen como objetivo por un parte, confirmar biológicamente en condiciones controladas, las deficiencias o toxicidades detectadas en los resultados analíticos y por otra observar deficiencias o suficiencias de algunos microelementos cuyo comportamiento involucra ciertos procesos de antagonismos o sinergismos. Es decir, las pruebas de invernadero permitirán obtener un mejor conocimiento del estado de fertilidad de un suelo.

Si hay necesidad de estudiar con más detalle a nivel de invernadero, los elementos más deficientes, para definir a que nivel las plantas presentan una mejor respuesta, se realizarán experimentos con dosis de aplicación de dichos elementos. Esto se ejecuta especialmente cuando no existe información previa de esta naturaleza para el cultivo de interés de la zona en donde se va a trabajar. La dosis de máxima respuesta obtenida en el invernadero, constituirá una buena guía para establecer la magnitud del nivel central de aplicación de ese elemento a nivel de campo.

## 7. EXPERIMENTOS DE CAMPO

Se entiende que el técnico debe tener al momento de hacer la selección tentativa de los sitios experimentales, un claro concepto del tipo de experimentos que va a realizar y de cuales son los objetivos que persigue con estos ensayos. Lo cual, le hará conocer con cierto grado de precisión las características de los experimentos, como: área, número de tratamientos, número de repeticiones, tamaño de parcelas, etc.

Pero solamente, cuando ya se dispone de la información de laboratorio e invernadero es cuando se debe elaborar un proyecto formal de los experimentos, indicando claramente los siguientes aspectos:

Título, autor(s), ubicación (por coordenadas, serie o tipo de suelo, división política y clima), duración del ensayo, cultivo o variedad, año, análisis del suelo, objetivos, materiales y métodos, datos a tomarse y cosecha.

a. Los Objetivos

Deben ser claros, concretos y en número tal que se los pueda cumplir a cabalidad en el experimento.

b. En los Materiales

Es necesario hacer una lista completa de todos los implementos y equipos, productos agroquímicos, semillas, etc. que se requieren para cada experimento. Es conveniente hacer una estimación del costo del experimento.

c. En los Métodos

La parte más importante es elegir el diseño de tratamientos, que permita obtener una curva ajustada de respuesta del cultivo a la aplicación de por lo menos 5 niveles del nutrimento. Existen varios diseños de tratamientos que se usan comunmente para este fin. En los experimentos con fertilizantes cada uno de los nutrimentos cuyo efecto en el crecimiento de la planta se pretende averiguar, constituye un factor. El efecto se expresa en forma de incrementos, por ejemplo incrementos de producción. Al diseñar estos experimentos se pretende establecer la relación matemática que existe entre los factores o variables independientes

y el crecimiento o la producción, que es la variable dependiente. Por eso, estas relaciones toman la forma de funciones más o menos complejas que se conocen como funciones de respuesta. Como la representación gráfica de estas funciones constituyen superficies biotridimensionales, también se conocen como superficies de respuesta.

La determinación de estas funciones permite caracterizar las modalidades de acción de los factores en estudio. En algunos casos, la estimación de una superficie de respuesta, puede tener la finalidad de determinar la combinación óptima de los factores o variables independientes, para un valor máximo de la producción o variable dependiente. (Montaño 1972).

Al planificar y diseñar un experimento para la exploración de una superficie de respuesta, surgen las siguientes preguntas:

1. Cuál diseño experimental se debe usar?
2. Cuántos factores se pueden estudiar?
3. Cuáles niveles de cada factor se debe emplear? (Esto incluye: mínimo y máximo nivel, número de niveles y espacio entre niveles).
4. Cuál es el máximo número de tratamientos que se puede poner en un bloque sin que éste se vuelva muy grande?
5. Cuál modelo matemático va a ajustar mejor el patrón de respuesta?

Para establecer superficies de respuesta con dos o más nutrimentos, resulta más recomendable el uso de experimentos factoriales. Esto, permite la búsqueda con mayor exactitud del modelo matemático apropiado, si es que éste es desconocido.

Pero, cuando el número de nutrimentos, o niveles se incrementa, el número total de tratamientos llega rápidamente a ser inmanejable en experimentos de campo, lo cual, los hace muy costosos e impracticables.

Estas razones han motivado a los investigadores a estudiar diseños más pequeños y prácticos para el establecimiento de superficies de respuesta. Consecuentemente, muchos investigadores usan factoriales incompletos para esta finalidad y reducen el número total de tratamientos por bloque. La eliminación de algunos de los tratamientos debe hacerse de tal manera que se conserve cierta simetría en el diseño de los tratamientos.

Como consecuencia de esta reducción, el análisis estadístico se complica y la eficiencia de las estimaciones se reduce a cambio de un experimento más manejable.

Sin embargo, debemos observar que estamos interesados no sólo en la estimación de la "función de respuesta", sino también en la estimación de los efectos individuales de los nutrimentos.

Por otra parte, un experimento de menores dimensiones implica, consecuentemente, una reducción de costos en la experimentación.

En años recientes se ha estado empleando una forma diferente y básicamente intuitiva de seleccionar el factorial incompleto para trabajos de fertilización.

Box y Hunter (1957), sugieren los siguientes requerimientos para un diseño de superficie de respuesta.

1. En la región de interés, la función estimada debe representar la función verdadera tan bien como sea posible.

2. El diseño debe permitir la inclusión de un testigo.
3. El diseño no debe contener un número excesivo de puntos o tratamientos.
4. El diseño debe prestarse a la disposición de bloques.
5. El diseño debe ser factible de extenderlo a un grado más alto, es decir que se puedan aumentar el número de niveles de los nutrimentos a estudiarse.

Debemos tomar en cuenta que los experimentos por establecer deben estudiar el efecto de uno o más nutrimentos en varios niveles sobre el comportamiento vegetal. En el caso de un solo nutrimento, el experimento comprenderá tantos tratamientos como niveles del nutrimento. En éste y en el caso de dos nutrimentos, resulta muy indicado usar 5 niveles por lo menos de cada uno de ellos, para observar la respuesta del cultivo (Garza 1972).

Es muy recomendable que se incluya el nivel cero de los nutrimentos en estudio, como tratamiento testigo.

Muy conveniente también para la interpretación de los experimentos es el uso de niveles igualmente espaciados de los factores a estudiarse.

La región por explorar, que va en este caso desde el nivel cero hasta la dosis máxima de los nutrimentos, deberá ser lo suficientemente amplia de tal manera que permita observar el tipo clásico de respuesta. Es decir, que se cumpla la Ley de los Rendimientos Decrecientes.

Los resultados de experimentos anteriores y los de otros investigadores en otras partes del mundo, los resultados de los análisis de suelos, los resultados de las pruebas de invernadero con niveles de nutrimentos, pueden utilizarse como guía para establecer el nivel central de

de los nutrimentos que se van a estudiar.

Hay una gran variedad de factoriales parciales, que se originan dependiendo de cuales combinaciones de tratamientos se eliminan del factorial completo. Cady y Laird (1973) dan entre otros los siguientes criterios que deben considerarse al escoger el grupo de combinaciones de tratamientos del factorial.

1. Facilidad de interpretación de los datos sin requerir análisis extensos y complejos.
2. Relativamente pocos tratamientos.
3. Pequeña varianza de los coeficientes estimados.
4. Pequeña varianza de los valores estimados en la parte central del espaciamiento de los factores.
5. Pequeño sesgo de los valores estimados.
6. Exclusión de las combinaciones del nivel cero de un factor con el nivel más alto del otro factor.

Los siguientes diagramas (Fig. 2) muestran la distribución espacial de los puntos de algunos diseños, que han sido desarrollados para explorar la superficie de respuesta de dos factores. (Basados en datos de Turrent y Laird 1973 y Nelson 1977).

Para trabajos de fertilización, es útil tener puntos del diseño espaciados de tal manera que permitan una buena exploración del espaciamiento de los factores.

Desde este punto de vista, la modificación del cuadrado doble, hecha por Escobar parece ser superior a los otros diseños, a excepción del diseño de Nelson-Portch, cuya varianza y sesgo característicos aún no han sido evaluados.

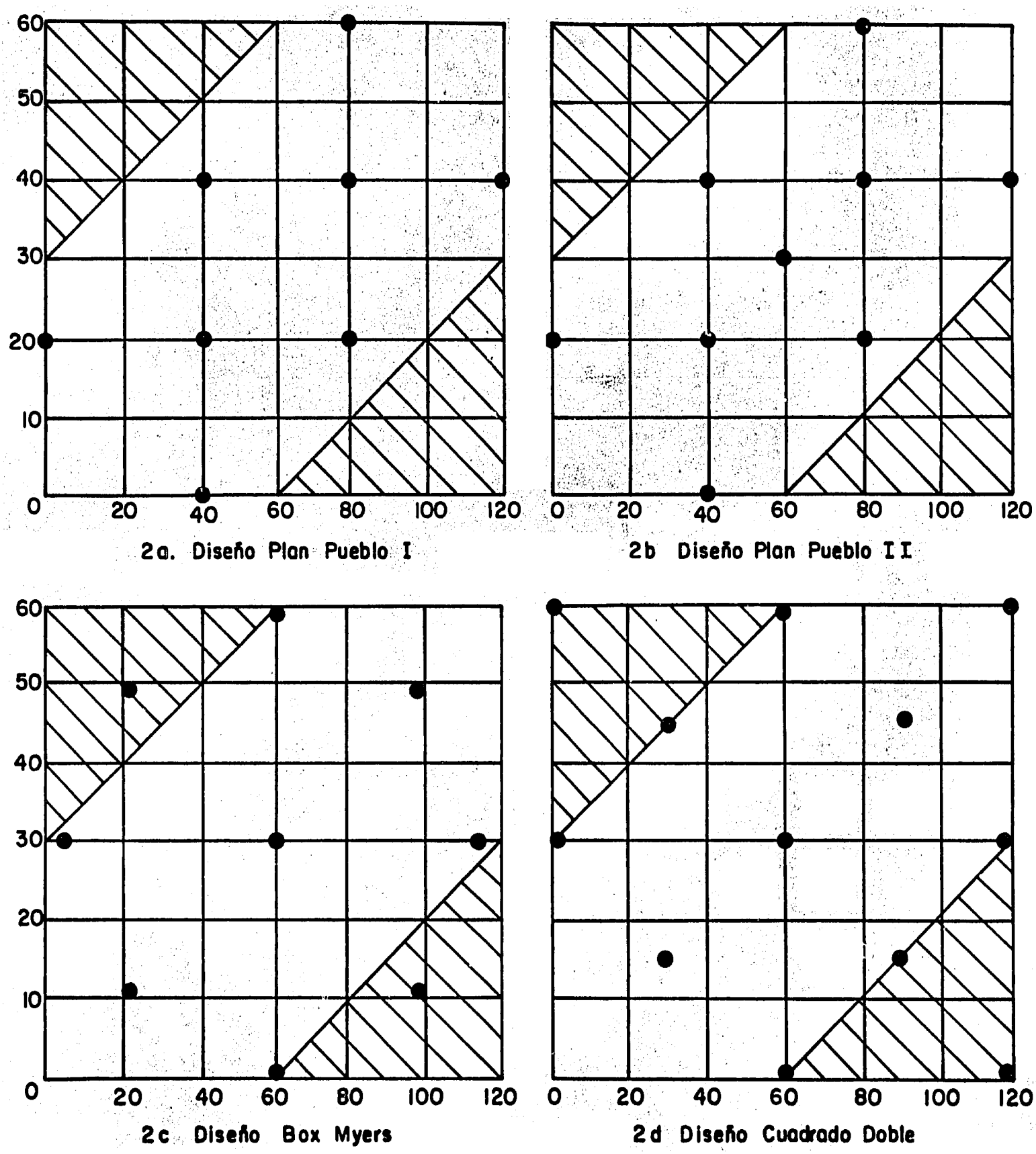
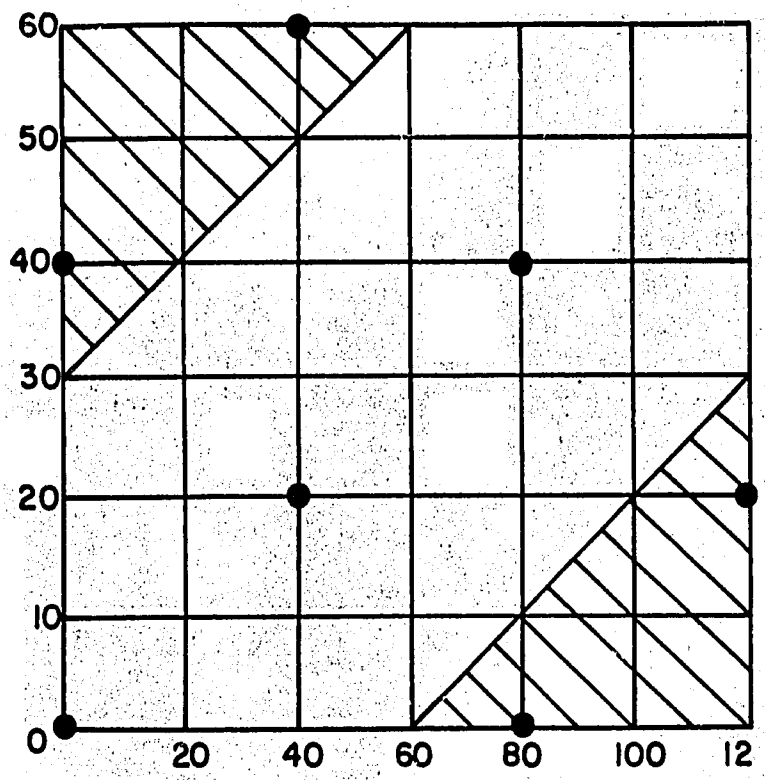
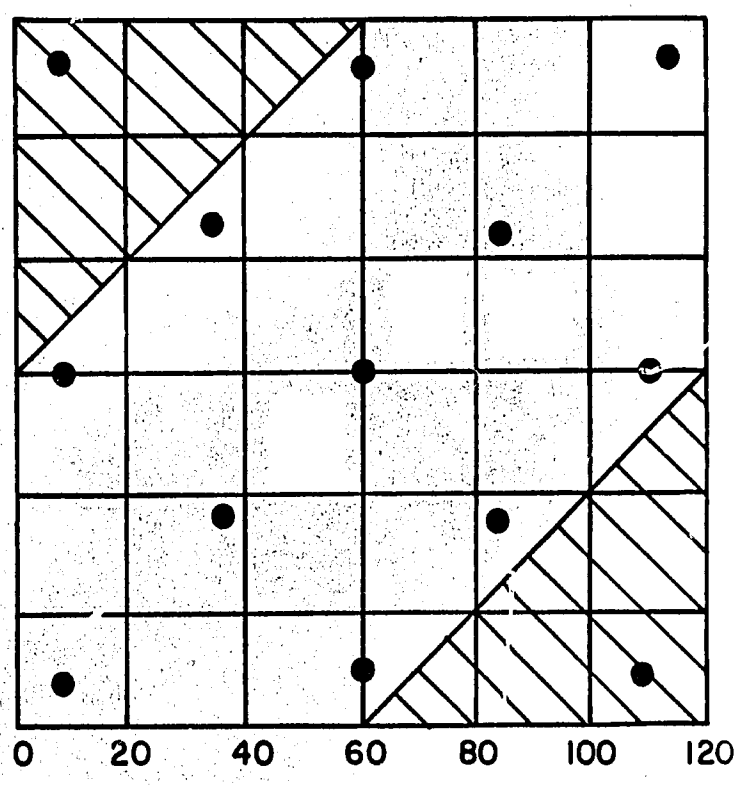


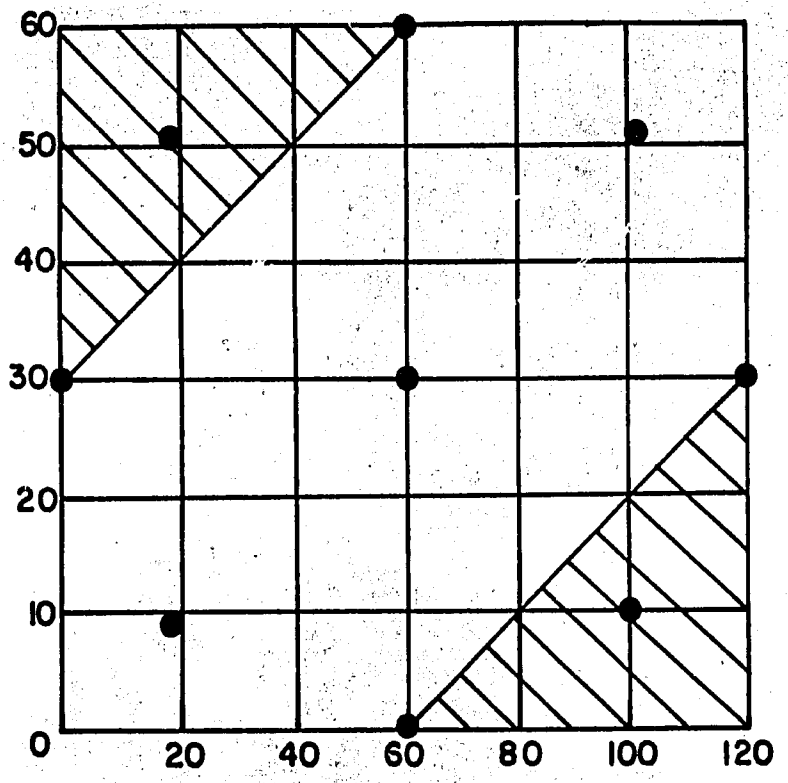

Fig. 2 Posición en el espacio de exploración de los puntos de ocho diseños de tratamientos



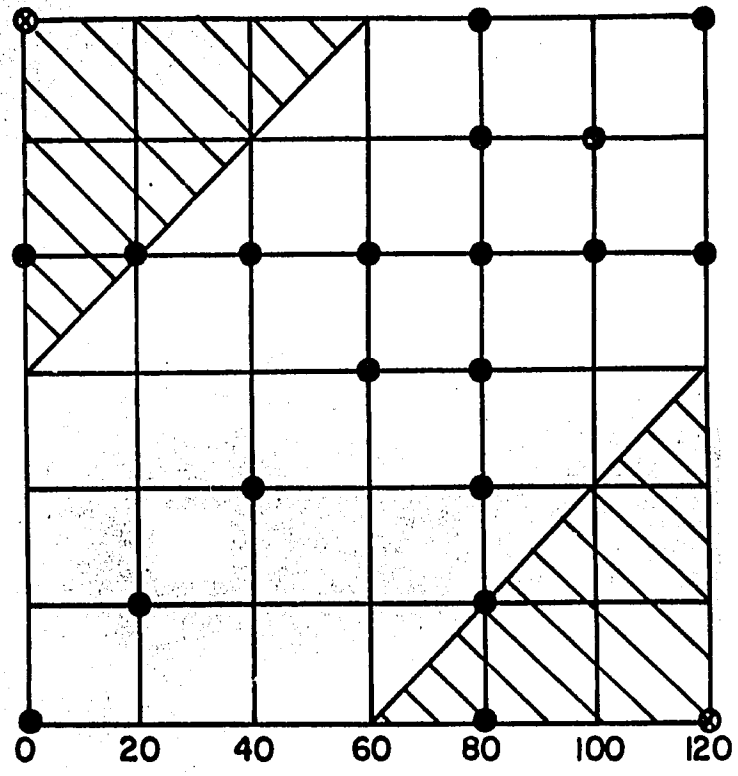

2ℓ Diseño San Cristóbal




2f Diseño C.D. Escobar




2g Diseño Central Compuesto de Box




2h Diseño Nelson – Portch. Con los puntos ⊗ Diseño Guadalupe (factorial incomple

Fig. 2 Continuación

Cuando ya se dispone de la información de laboratorio e invernadero, se pueden definir los niveles de los nutrimentos que se van a estudiar y los tratamientos de acuerdo al diseño elegido. Obviamente no se podrán usar los mismos niveles para los suelos bajos, medios o altos en el contenido de los elementos, es conveniente que se usen diferentes niveles para los tres diferentes estados de fertilidad.

De esta manera, se obtendrá una población de puntos de diferente grado de respuesta, puntos que al plotearlos en una gráfica de Cate y Nelson (1965), permitirán establecer la correlación entre la respuestazdel cultivo a la aplicación de un nutrimento con el resultado del análisis. También, con esta misma gráfica se confirmará o rectificará el "nivel crítico" delelemento en estudio, pero en esta etapa, la correlación se hace ya con un cultivo que ha crecido en condiciones naturales. La primera correlación se hace a nivel de invernadero.

En el Cuadro 1, se presenta un ejemplo hipotético de tratamientos para suelos de diferente estado de fertilidad, cuyo diseño de tratamientos, factorial incompleto, es muy flexible y proporciona una buena información, en los experimentos de campo realizados con el objeto de llegar a obtener las dosis de mejor respuesta de los cultivos a la aplicación de dos nutrimentos cada uno con cinco niveles.

Cuadro 1. Tratamientos de Nitrógeno y Fósforo para suelos con contenido bajo, medio y alto de estos elementos y altos en Potasio.

| No. | Bajo Kg/Ha | | | Medio Kg/Ha | | | Alto Kg/Ha | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Tratamientos | N | P | K | N | P | K | N | P | K |
| 1 | 0 | 150 | 0 | 0 | 90 | 0 | 0 | 60 | 0 |
| 2 | 50 | 150 | 0 | 30 | 90 | 0 | 20 | 60 | 0 |
| 3 | 100 | 150 | 0 | 60 | 90 | 0 | 40 | 60 | 0 |
| 4 | 150 | 150 | 0 | 90 | 90 | 0 | 60 | 60 | 0 |
| 5 | 200 | 150 | 0 | 120 | 90 | 0 | 80 | 60 | 0 |
| 6 | 150 | 0 | 0 | 90 | 0 | 0 | 60 | 0 | 0 |
| 7 | 150 | 50 | 0 | 90 | 30 | 0 | 60 | 20 | 0 |
| 8 | 150 | 100 | 0 | 90 | 60 | 0 | 60 | 40 | 0 |
| 9 | 150 | 200 | 0 | 90 | 120 | 0 | 60 | 80 | 0 |
| 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 11 | 50 | 50 | 0 | 30 | 30 | 0 | 20 | 20 | 0 |
| 12 | 100 | 100 | 0 | 60 | 60 | 0 | 40 | 40 | 0 |
| 13 | 200 | 200 | 0 | 120 | 120 | 0 | 80 | 80 | 0 |
| 14 | 150 | 150 | 40 | 90 | 90 | 40 | 60 | 60 | 40 |

En la figura 3, se grafica la distribución espacial de los tratamientos para el caso del suelo con bajo contenido de nitrógeno y fósforo.

El tratamiento 14, es un tratamiento adicional, fuera del diseño, para observar si existe respuesta al potasio.

Es interesante observar en la Fig. 3, que la mayoría de los tratamientos están distrubuídos en la zona de respuesta de mayor interés entre 100 y 200 Kg/ha de N y de $P_2O_5$, adecuadamente explorada en este diseño. Este diseño ha sido ideado y usado satisfactoriamente por los autores de esta publicación.

Una vez que se ha seleccionado el diseño de tratamientos adecuado, los tratamientos pueden alojarse en un diseño experimental de bloques al azar cuyo plano y sorteo se presentan en el croquis del sitio experimental del Formulario 1. Cuando se realiza más de un experimento con los mismos tratamientos, es conveniente hacer el sorteo individual para cada uno de ellos.

Luego se establece una serie de experimentos estratégicamente distribuídos en los campos de los agricultores. Esto, obviamente, proporciona al investigador una exploración más real del área geográfica de interés, que el establecimiento de experimentos perfectamente controlados en un campo experimental.

Desde luego, el número de experimentos y de repeticiones dentro de cada experimento, dependerán principalmente de los recursos económicos disponibles para investigar, así como del grado de precisión que se desee obtener en la estimación de las funciones de respuesta.

Se considera que en los experimentos agrícolas las variaciones casuales son por lo general grandes y si no se dispone de repeticiones verdaderas, esos errores pueden manifestarse en efectos falsos.

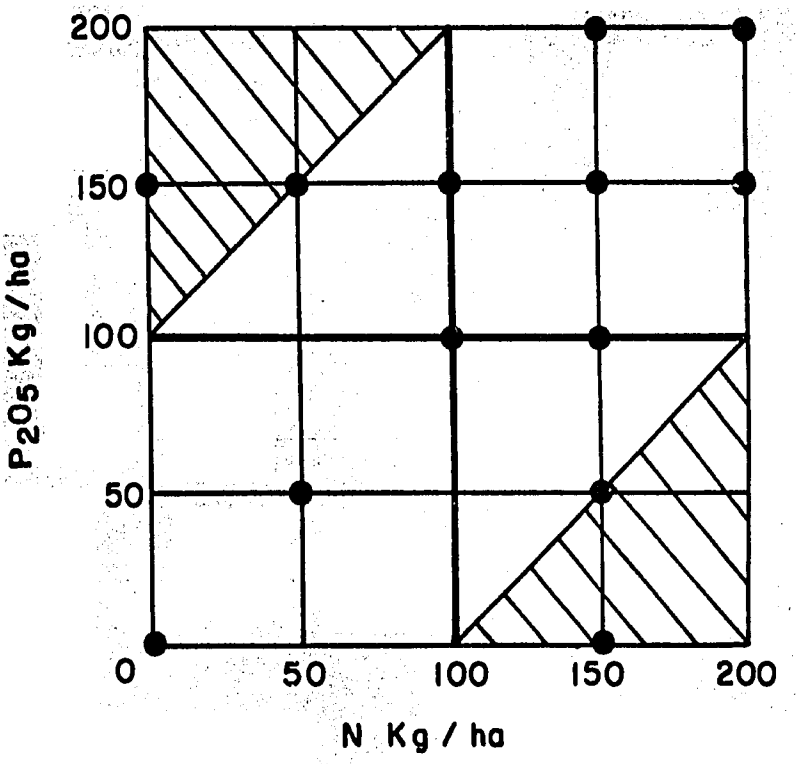



Fig. 3 Puntos en el espacio de exploración del diseño Walker-Bejarano (factorial incompleto) para dos factores cada uno con cinco niveles

d. El Manejo del Experimento

El manejo del experimento es de primordial importancia en la obtención de información fidedigna y confiable. Hay que considerar que estos experimentos se hacen en fincas de agricultores, en los que no se puede hacer un control riguroso de cada lote. De todas maneras se deben tomar las precauciones necesarias para no tener incursiones de animales que puedan perjudicar uno o más parcelas, el daño que ocasionan los trabajadores de la finca u otras personas extrañas al coger parcial o totalmente el producto de las parcelas. Evitar los errores en el manipuleo, como la localización de las parcelas en el libro de campo, la aplicación de fertilizantes, confusión o cambio de parcelas en la cosecha, aún lecturas erróneas en la pesada o cambio de bolsas en el momento de la recolección. Todos estos factores y varios más, deben manejarse con esmero y meticulosidad si se desea obtener buena información.

Una vez elaborado el Proyecto, definidos los tratamientos y el diseño; para proceder a la instalación de los experimentos; se requiere de un croquis de campo como el que se indica en el Formulario 1, en donde, en la parte superior se ha identificado el experimento y se indica la labor por realizar, y luego en el plano, se ubican las repeticiones y los tratamientos ya sorteados, el número de tratamiento que corresponde a cada parcela se le ha escrito al extremo superior izquierdo de ésta.

Cada ejemplar de este formulario, servirá para apuntar los datos cuantificables que sean necesarios tomar durante el desarrollo del experimento hasta la cosecha. Esto evita el tener que hacer planos improvisados para ubicar las parcelas de acuerdo a los tratamientos, cada vez que se hagan observaciones y se tomen datos de campo.

Como ejemplo, en este caso se ha escrito en el formulario 1, solamente en las parcelas de la primera repetición, los tratamientos de fertilizantes que se estudiarán. De igual manera se pueden consignar en este formulario datos sobre número de plantas acamadas, por ciento de ataques de insectos, número de plantas/parcela, Kg/parcela de rendimiento, etc.

Para la tabulación de los datos, de cosecha, luego de standarizar la humedad del producto, cuando esto se requiera, se puede usar el Formulario 2. Los datos de cosecha consignados en el Formulario 1, pueden ser rápidamente transferidos al Formulario 2. Pero estos datos deben ser debidamente analizados e intepretados para llegar a obtener conclusiones y recomendaciones de toda la labor realizada. De esta manera, se ha descrito en forma resumida la forma de generar información sobre el uso de fertilizantes con experimentos de campo.

## III LA NECESIDAD DE UN SISTEMA SENCILLO Y RAPIDO DE INTERPRETACION

La interpretación de las curvas de respuesta de los cultivos a la aplicación de dosis crecientes de fertilizantes, cuyos datos se obtienen en los experimentos con fertilizantes, se la realiza usando indistintamente cualquiera de los siguientes modelos matemáticos: raíz cuadrada, logarítmico, cuadrático y discontinuo rectilíneo.

Generalmente, para el cálculo de la curva estimada con los tres primeros modelos, se requiere el uso de una computadora. Esta facilidad, no es posible tenerla en todos los centros de investigación agrícola, de allí que se requiere de un modelo matemático como el discontinuo

FORMULARIO I

EXPERIMENTO Nº: _____ CULTIVO Y VARIEDAD _____

UBICACION POLITICA: _____

UBICACION GEOGRAFICA: COORDENADAS _____

SERIE O TIPO DE SUELO: _____

LABOR REALIZADA: _____ UNIDAD DE MEDIDA _____

FECHA: _____

CROQUIS DEL SITIO EXPERIMENTAL

I(a)

| | |
|---|---|
| (b) 13 (c) 200-200-0 | 14 150-150-80 |
| 10 0 - 0 - 0 | 3 100-150-0 |
| 11 50-50-0 | 1 0 -150-0 |
| 2 50-150-0 | 6 150-0-0 |
| 5 200-150-0 | 4 150-150-0 |
| 7 150-50-0 | 8 150-100-0 |
| 9 150-200-0 | 12 100-100-0 |

II

| | |
|---|---|
| 6 | 10 |
| 9 | 8 |
| 11 | 12 |
| 2 | 5 |
| 1 | 7 |
| 4 | 14 |
| 13 | 3 |

III

| | |
|---|---|
| 3 | 9 |
| 1 | 13 |
| 14 | 11 |
| 10 | 2 |
| 8 | 4 |
| 12 | 5 |
| 6 | 7 |

IV

| | |
|---|---|
| 1 | 10 |
| 14 | 4 |
| 13 | 5 |
| 11 | 7 |
| 6 | 9 |
| 2 | 12 |
| 8 | 3 |

(a) Números romanos: repeticiones

(b) Números arábigos en la esquina de la parcela: Nº de tratamiento

(c) Números arábigos en el centro de la parcela: tratamiento en Kg/ha de N, P y K

e.o.

FORMULARIO 2

EXPERIMENTO Nº_____ CULTIVO Y VARIEDAD_____

UBICACION POLITICA:_____

UBICACION GEOGRAFICA: COORDENADAS_____

SERIE O TIPO DE SUELO_____

RENDIMIENTO EN:_____

| Nº DE TRAT. | REPETICIONES | | | | TOTAL | PROMEDIO |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | I | II | III | IV | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |

ANALISIS DE SUELO

| pH | meg/100ml de suelo | | | | ug/ml de suelo | | | | | | | Relaciones | | CIC |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $H_2O$ | Ca | Mg | K | Acidez extr. | P | Fe | Mn | Zn | Cu | S | B | Ca/Mg | Mg/K | |
| | | | | | | | | | | | | | | |

e.o.

rectilíneo cuyo cálculo se le pueda hacer manualmente en cualquier tiempo y cuya bondad de ajuste permite estimar la curva con aceptable precisión.

Como la investigación con fertilizantes es dinámica, es conveniente, usando un modelo de fácil cálculo, procesar e interpretar rápidamente los resultados de los experimentos de cada período de cultivo. Los datos así analizados, sirven de base para revisar la planificación de la investigación y hacer los reajustes necesarios para el próximo ciclo. Si no se hace este reajuste, es posible que durante varios períodos de experimentación se repitan errores no detectados por la falta de procesamiento e interpretación de los resultados precedentes.

Es necesario enfatizar que el uso del modelo matemático discontinuo rectilíneo para la interpretación de resultados de respuesta de los cultivos a la aplicación de fertilizantes, es muy flexible, desde el punto de vista de los diseños de tratamientos que se usen en los ensayos, es decir, su cálculo no está sujeto a las restricciones establecidas para ciertos diseños. De esta manera, se lo pueda usar ampliamente para varios de los diseños de tratamiento que se utilizan en este tipo de investigación.

Como hasta hoy no existe un manual que describa en forma detallada el método de cálculo rápido de los modelos discontinuos rectilíneos, para determinar las dosis de fertilizantes que producen los rendimientos óptimos en los cultivos, se ha creído conveniente, hacer esta publicación que describe en forma sencilla la manera de usar estos modelos. Se aspira que este trabajo sea de utilidad práctica para los técnicos que realizan investigaciones con fertilizantes.

# IV CONSIDERACIONES VARIAS EN LA INTERPRETACION DE EXPERIMENTOS CON FERTILIZANTES

(Waugh, et al 1973) 1/

## 1. EL PROPOSITO DE LA INTERPRETACION DE LA RESPUESTA A LOS FERTILIZANTES

"El objetivo principal de la interpretación de los datos de la respuesta a los fertilizantes, es el de establecer cuánto se deberá aplicar de cada nutrimento para lograr una respuesta dada de rendimiento dentro de una categoría predecible de suelo-cultivo".

"La clave de esta definición se encuentra en el término categoría predecible de suelo-cultivo. Cualquier agricultor o agrónomo sabe que todos los cultivos no pueden ser tomados en cuenta en una forma conjunta cuando se está tratando de determinar cuánto fertilizante se debe aplicar. Así mismo, es importante también, al realizar recomendaciones de fertilizantes, el no mezclar categorías desiguales de fertilidad del suelo, i.e., aquellos suelos que responden a un nutrimento dado con aquéllos que no responden. Idealmente, al interpretarse la respuesta a un nutrimento, dentro de una categoría específica de suelo-cultivo, automáticamente se tiene como resultado una interpretación que corresponde tanto a una situación específica como a un sitio específico".

---

1/ Transcripciones y basado en "Modelos discontinuos para una rápida correlación, interpretación y utilización de los datos de análisis de suelos y las respuestas a los fertilizantes" por D. L. Waugh, R. B. Cate, jr y L. A. Nelson, ISFEI, NCSV Tech Bull. 7, Ago. 1973 contract AID 1a-646.

"La predictibilidad de una categoría de suelo-cultivo depende de cuan bien un análisis del suelo puede separar suelos que responden de aquéllos que no responden a un nutrimento en particular. El diagrama de dispersión para las correlaciones (Fig. 4) es una herramienta conveniente para hacer esta separación. Cuando un diagrama de dispersión de un rendimiento relativo y análisis de suelo muestra un nivel crítico bien definido, es notorio que existan dos categorías diferentes de f fertilidad del suelo para dicho cultivo. La interpretación subsiguiente de la respuesta al fertilizante deberá ser hecha entonces para cada categoría de suelo-cultivo por separado".

## 2. REVISION DE LOS MODELOS USADOS PARA INTERPRETAR LA RESPUESTA A LOS FERTILIZANTES

"En la literatura, la mayoría de las discusiones sobre la respuesta a los fertilizantes están basados en la interpretación de los ensayos de campo utilizándose alguna versión de la Ley de Rendimientos Decrecientes, i.e. funciones curvilíneas continuas en las cuales incrementos adicionales iguales de fertilizantes resultan en respuestas cada vez más pequeñas. Los modelos curvilíneos más importantes de uso actual son el cudrático, (Fig. 5), raíz cuadrada (Fig. 6) y las funciones logarítmicas (Fig. 7). El modelo Mitscherlich (Fig. 8), añade constantes a la función logarítmica con el fin de ajustar la interpretación de la respuesta al fertilizante de acuerdo con las variaciones de la fertilidad natural del suelo".

"Con la ayuda de las computadoras, muchos factores adicionales que afectan el rendimiento, han sido incorporados dentro de esos modelos de

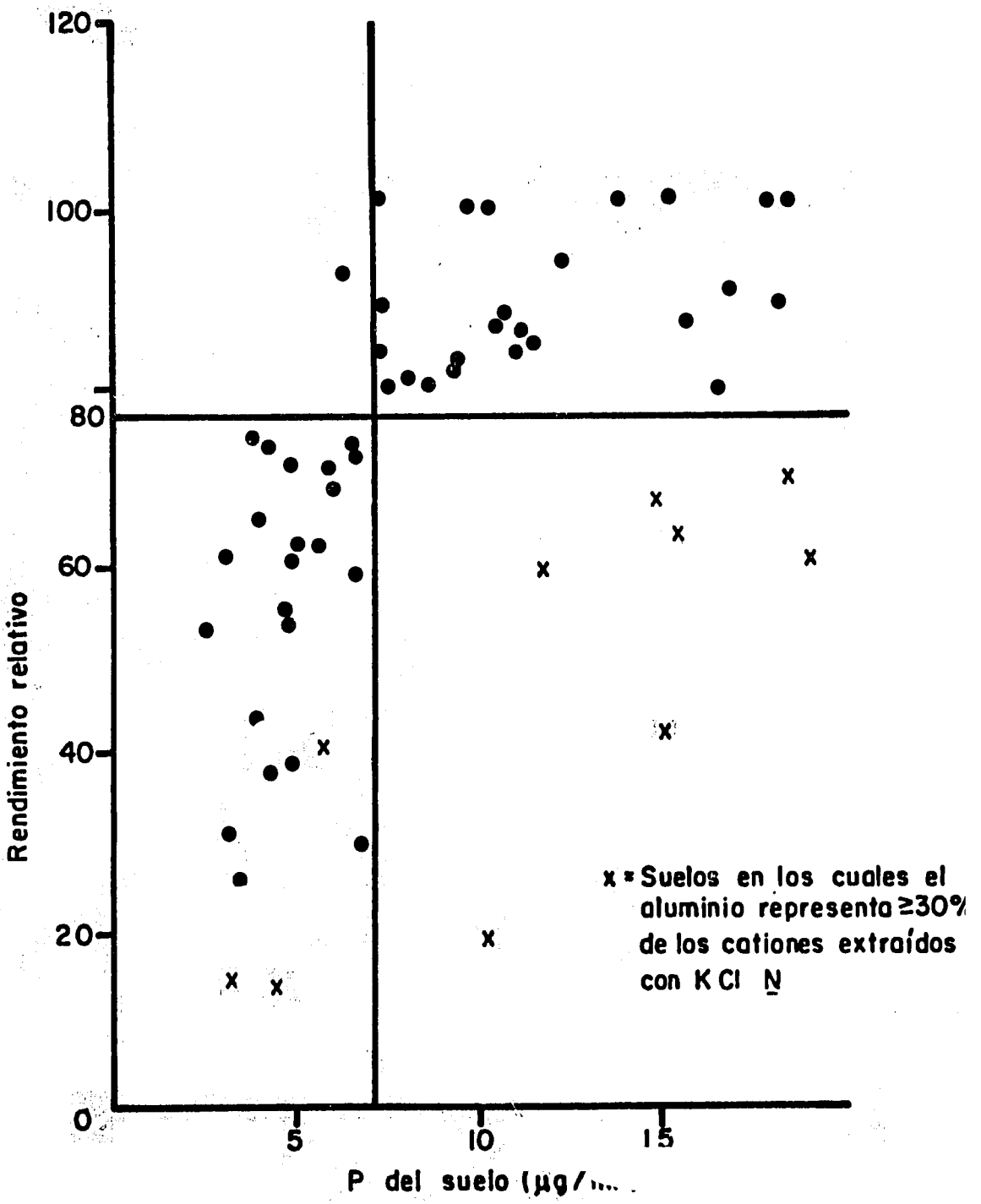



Fig. 4 Fósforo del suelo extraído con $NaHCO_3$, 0.5 M (1/10) en relación al rendimiento relativo de papas en experimentos de campo.

(Resultados experimentales del Programa Nacional de Papas del Perú en cooperación con el Programa Internacional de Evaluación de Fertilidad de Suelos. ISFEI)(Waugh, et. al. 1973)

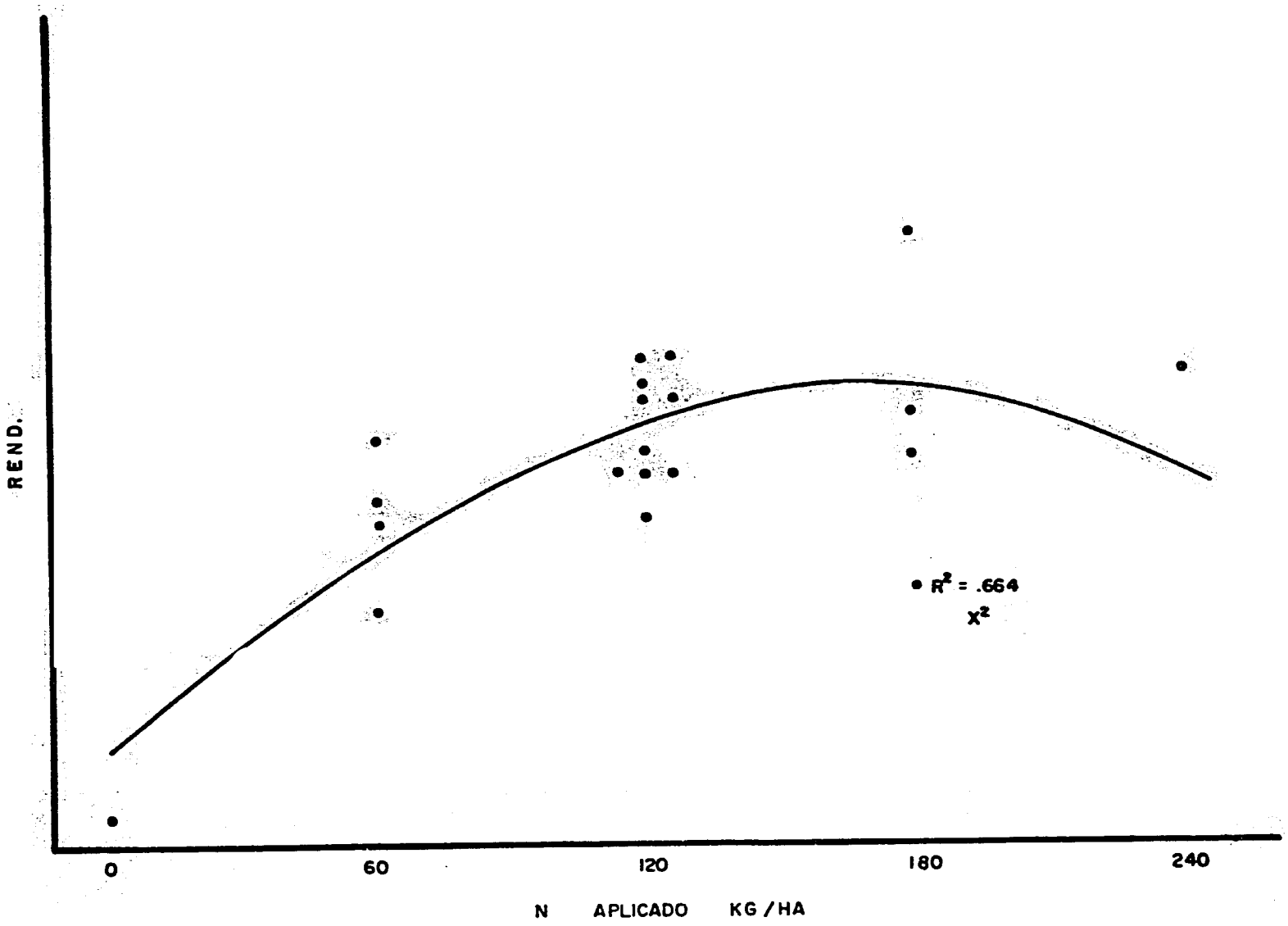



Fig. 5 Curva de respuesta predictiva del modelo cuadrático, usando los promedios de experimentos de un conjunto de localidades

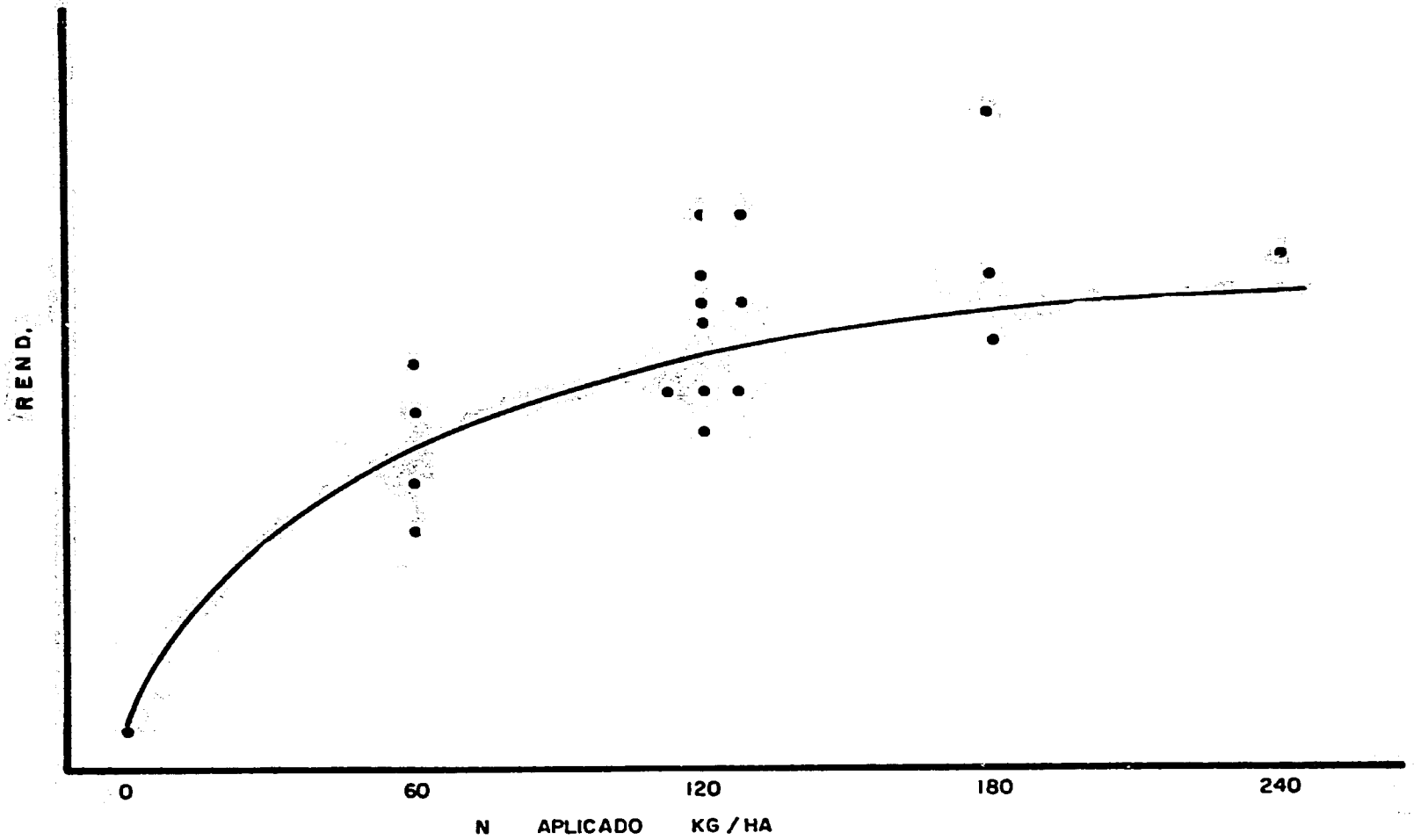



Fig. 6 Curva de respuesta predictiva del modelo raíz cuadrada, usando los promedios de experimentos de un conjunto de localidades

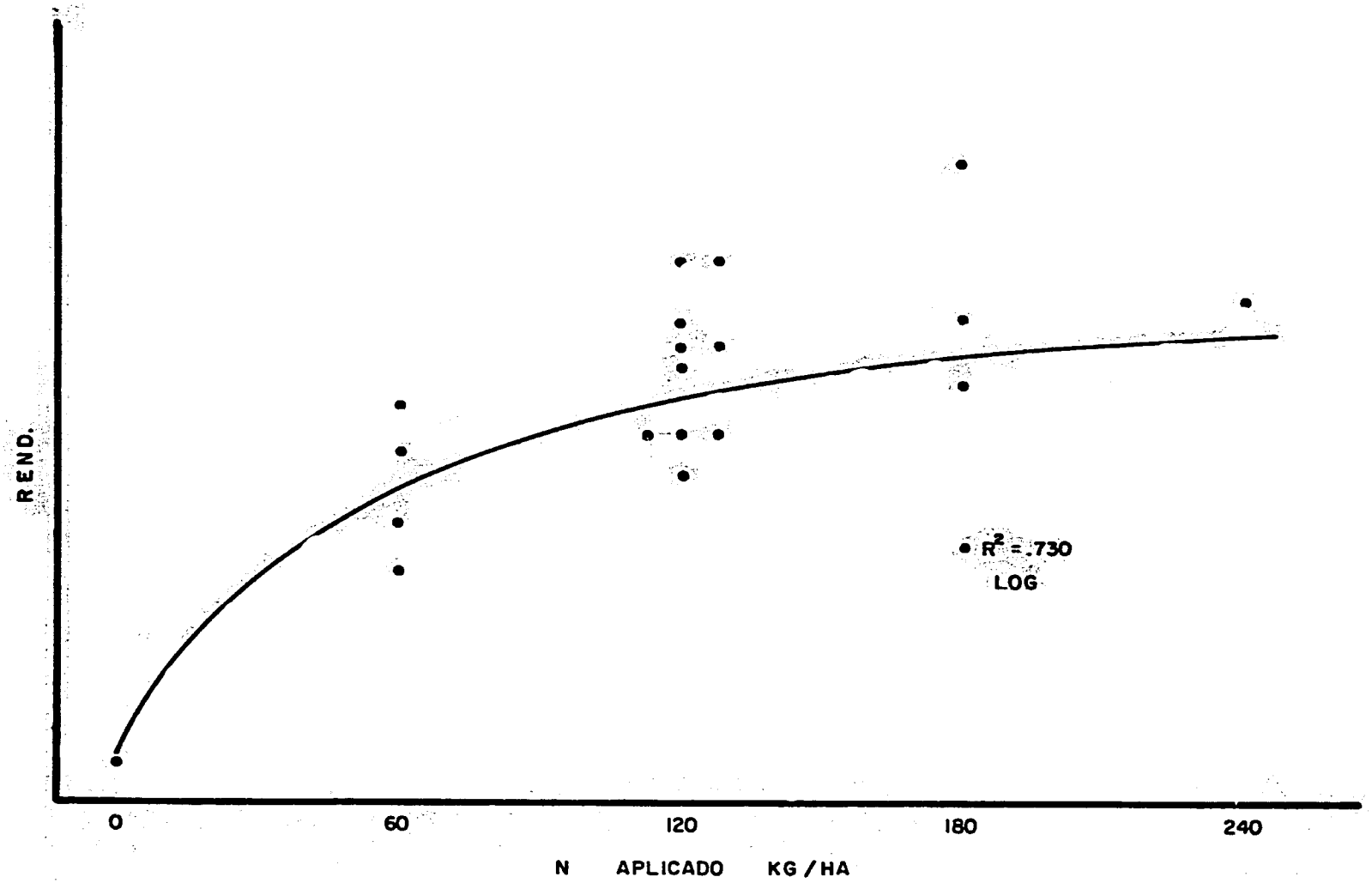



Fig. 7 Curva de respuesta predictiva del modelo logarítmico, usando los promedios de rendimientos de un conjunto de localidades

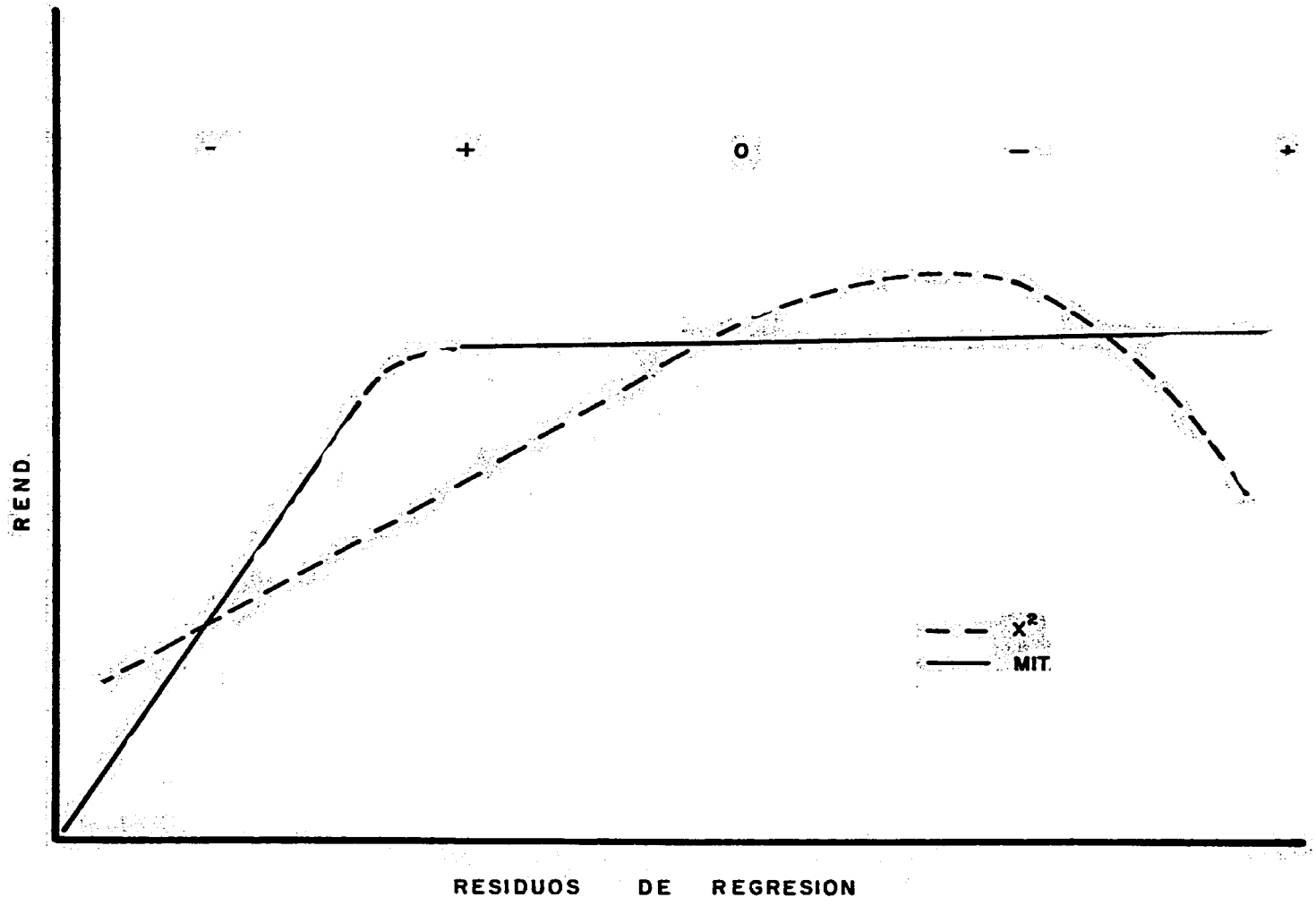



Fig. 8 Comparación gráfica de las curvas de respuesta predictiva de los modelos cuadráticos y Mitscherlich

respuesta con el fin de describir de una manera más amplia la respuesta a los fertilizantes aplicados. Cada nuevo intento para caracterizar el crecimiento de la planta y el modelo sobre la respuesta al fertilizante ha sido sometido a una cuidadosa interpretación económica con el fin de proveer pautas para el uso de los fertilizantes bajo condiciones altamente específicas. Sin embargo, tomándose en cuenta todo el refinamiento potencialmente inherente a estos modelos complejos. su uso por economistas y agrónomos resulta impráctico en áreas donde el uso de los fertilizantes es relativamente reciente y la investigación sobre el uso de los fertilizantes se encuentra en una etapa preliminar. No existen reglas establecidas para determinar el modelo de respuesta a los fertilizantes en experimentos de campo. Si se ha de evaluar un experimento individual, el investigador puede analizar los datos y ajustarlos a varios modelos lineales y curvilíneos y seleccionar la función que dé el mejor coeficiente de regresión. Sin embargo, un modelo que describe más eficientemente los datos de respuesta de un experimento podría no ser necesariamente el mejor para otro experimento. Así mismo, los modelos más complejos que describen con exactitud lo que pasó con un conjunto de datos de respuesta de los cuales existía información detallada disponible, pueden tener poco uso práctico para predecir respuestas futuras cuando los datos existentes sean limitados o algo inciertos. Esto sitúa a la persona que usa modelos complejos en una posición difícil ya que el propósito total de la evaluación de la fertilidad del suelo es el predecir, de una manera fiel, la respuesta relativa a los nutrimentos bajo las condiciones existentes".

## 3. DIFICULTADES CON EL MODELO TRADICIONAL DE RESPUESTA A LOS FERTILIZANTES

"En la práctica se encuentran numerosos problemas al intentar aplicar los modelos complejos a datos existentes de respuesta a los fertilizantes. Algunas de estas dificultades se resumen a continuación.

### "Información Disponible Insuficiente para Aplicar Correctamente el Modelo de Respuesta a los Fertilizantes"

El rendimiento es una función de muchos factores que afectan la interpretación entre el potencial genético de la planta y el medio ambiente en el cual ésta se desarrolla (Fitts, 1955). El suelo, cultivo, clima y manejo representan cuatro categorías amplias de factores que afectan el rendimiento y cada uno de ellos puede ser dividido en varios subfactores. Los modelos matemáticos que predicen el rendimiento deben de asignar ya sea un valor predeterminado a cada uno de estos factores, o aplicar alguna constante en su lugar cuando dichos valores no están disponibles. La mayoría de los experimentos de campo conducidos en el pasado, y aún muchos de los que se están llevando a cabo en el presente, simplemente no proveen la información suficiente para permitir una aplicación práctica de un modelo de respuesta complejo y detallado.

### "Sesgamiento del Modelo de Interpretación"

La mayoría de los modelos de respuesta tienen una cierta tendencia a sesgarse bajo cierta clase de condiciones. Anderson y Nelson (1971) han descrito con cierto detalle las limitaciones y las dificultades asociadas con el modelo cuadrático para describir respuestas individuales

a algunos nutrimentos. De gran importancia en este estudio es la observación de que el modelo cuadrático es particularmente sesgado cuando existe una respuesta marcada a las aplicaciones del primer incremento seguido de una pequeña o ninguna respuesta de las dosis mayores. "En estos casos, el modelo cuadrático se caracteriza por sobrestimar el rendimiento en la dosis cero del nutrimento aplicado, luego lo subestima en la primera dosis y finalmente sobreestima el rendimiento en las dosis intermedias del nutrimento. Las predicciones de las dosis de fertilizantes requeridas para obtener un rendimiento máximo son entonces exageradamente altas y no reales. Si bajo estas circunstancias se realizara un análisis económico marginal, usando el modelo cuadrático, la dosis de aplicación predicha podría resultar la más beneficiosa económicamente, pero puede variar mucho cuando se hacen cambios en la relación costo del insumo/precio del producto.

## Variabilidad Observada en el Rendimiento con la Aplicación de Dosis Altas de Nutrimentos

"Otra de las dificultades en la interpretación, se relaciona con el rendimiento del cultivo o la respuesta a dosis elevadas de aplicación. La mayoría de los modelos curvilíneos de respuesta continua son muy sensitivos a fluctuaciones en el rendimiento debido al uso de dosis altas". Si, por ejemplo, dosis elevadas de aplicación de fertilizantes causaran daños físicos o crearan un desiquilibrio nutricional, es muy probable que haya una depresión en el rendimiento.

Frecuentemente la función cuadrática se ajusta muy bien a esta situación. Por otra parte, si las mismas dosis altas de los nutrimentos bajo estudio son aplicadas con un balance diferente de los nutrimentos, se puede ocasionar un rendimiento igual o más alto que el de las dosis intermedias.

La raíz cuadrada o la función logarítmica generalmente se ajustan mejor que la función cuadrática a esta clase de respuestas. Desafortunadamente otros factores, además de la naturaleza del crecimiento de la planta y las respuestas nutricionales, afecta probablemente más la respuesta en dosis elevadas de aplicación que en dosis bajas, de tal manera que el modelo que dé el mejor ajuste de los datos de un experimento puede ser el peor para otro. La falta de consistencia en el desempeño de un modelo de respuesta a los fertilizantes puede pasar desapercibida si uno está interesado principalmente en describir luego de los hechos, los resultados de un experimento o la respuesta combinada de un conjunto de experimentos. Sin embargo, la inconsistencia no puede ser ignorada cuando se deben de hacer futuras predicciones de respuestas, y cuando solamente se puede usar un modelo para hacer tales predicciones.

"Dificultad en el Uso Práctico de los Modelos Complejos de Respuesta, si no se Encuentran a Disposción Computadoras

En muchas partes del mundo se pueden llevar a cabo experimentos de campo durante todo el año. El tiempo disponible para analizar un conjunto de experimentos y planear otro es frecuentemente muy limitado. Los modelos complejos de respuesta curvilínea no son muy prácticos para interpretar la respuesta a los fertilizantes a menos que se disponga de una computadora".

## 4. MODELOS ALTERNOS PARA SER USADOS EN LA INTERPRETACION DE DATOS DE RESPUESTA A LOS FERTILIZANTES

"Swanson (1963) ha sugerido un modelo alterno basado en la Ley del Mínimo de Liebig, el cual debe ser considerado para la intepretación de los datos de respuesta a los fertilizantes". Este modelo (Fig. 9) postula una respuesta lineal para el principal elemento limitante, la que se detiene repentinamente cuando otro factor se hace limitante, pero u que recupera su ascenso lineal cuando se corrige dicha limitación. Eventualmente, el rendimiento es limitado por la capacidad genética de la planta cuando todos los factores externos limitantes son eliminados". Boyd (1970), en Rothemsted-Inglaterra, resumió una cantidad considerable de datos de respuesta a los fertilizantes, cubriendo diferentes cultivos y demostró que la mayoría de los datos se ajustaban a un modelo tipo Liebig. En su estudio, la respuesta del cultivo a la aplicación del fertilizante, en la mayoría de los ensayos, pudo ser caracterizada por dos líneas, una recta en pendiente en la porción ascendente de la curva y otra recta horizontal que representaba el rendimiento máximo (o meseta Plateau).

Bartholomew (1972), en NCSU, resumió los datos de respuesta a nitrógeno de un gran número de sitios individuales y de grupos de sitios, y llegó a la conclusión de que la función de respuesta es mejor descrita por una función doble compuesta de una línea recta ascendente y una línea horizontal de rendimiento estable.

La naturaleza discontinua de los modelos rectilíneos permite una interpretación sencilla de los datos de respuesta a los fertilizantes,

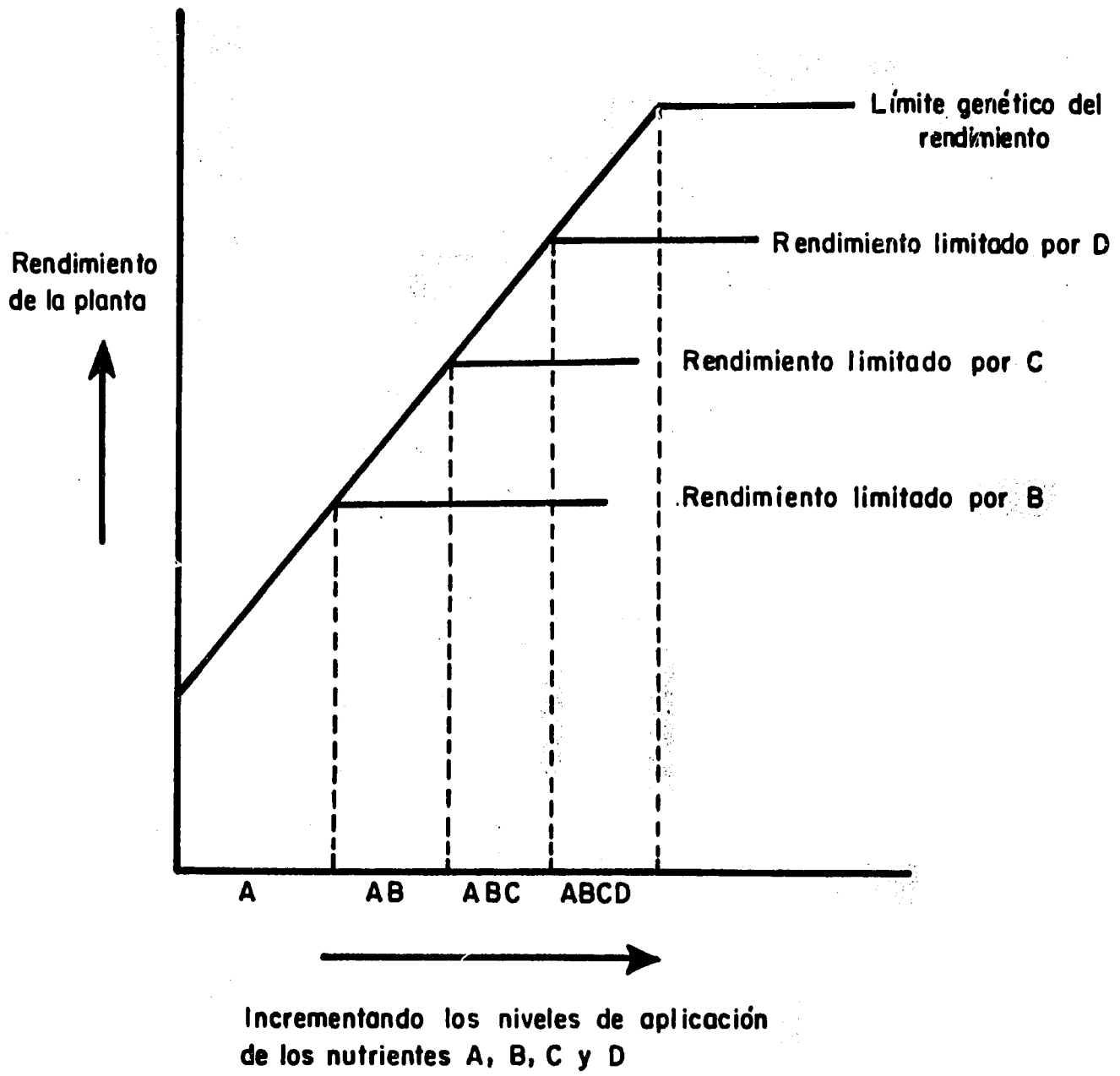



Fig. 9 El modelo discontinuo rectilíneo teniendo como base la Ley del Mínimo de Liebig. (Waugh et. al. 1974)

ya que el punto de intersección de las dos líneas puede ser determinado sin dificultad, proporcionando un estimado del nutrimento requerido para obtener un rendimiento dado. Dicho estimado representa la dosis mínima necesaria para llegar al máximo rendimiento.

## 5. INTERACCION ENTRE NUTRIMENTOS Y LA RESPUESTA A UN NUTRIMENTO INDIVIDUAL

"En el pasado, uno de los objetivos principales de los diseños experimentales ha sido el medir la interacción de los nutrimentos. Esta interacción se presenta de diferentes maneras a través de los resultados experimentales. La más común ocurre cuando simultáneamente más de un nutrimento contribuye a una respuesta dada (Fig. 10). En estos casos, cualquier nutrimento limitante afectará la respuesta del cultivo a cualquier otro nutrimento. Por ejemplo, tenemos que N y P comúnmente dan esta clase de interacción en suelos bajos en ambos nutrimentos.

Un tipo diferente de interacción puede ocurrir si la aplicación de un nutrimento produce una respuesta asociada, la cual es debida en parte a un factor secundario. Un ejemplo de una respuesta asociada es la respuesta a P en suelos no encalados, altos en Al, en ensayos conducidos en el Perú". En estos suelos, las dosis cada vez más altas de P suministraron Ca adicional (como superfosfato simple) lo cual redujo la toxicidad de Al. El resultado final fue que la respuesta podría ser atribuída a la corrección de la deficiencia de P o a la reducción de la toxicidad de Al o a ambas. Otro ejemplo de una respuesta asociada es

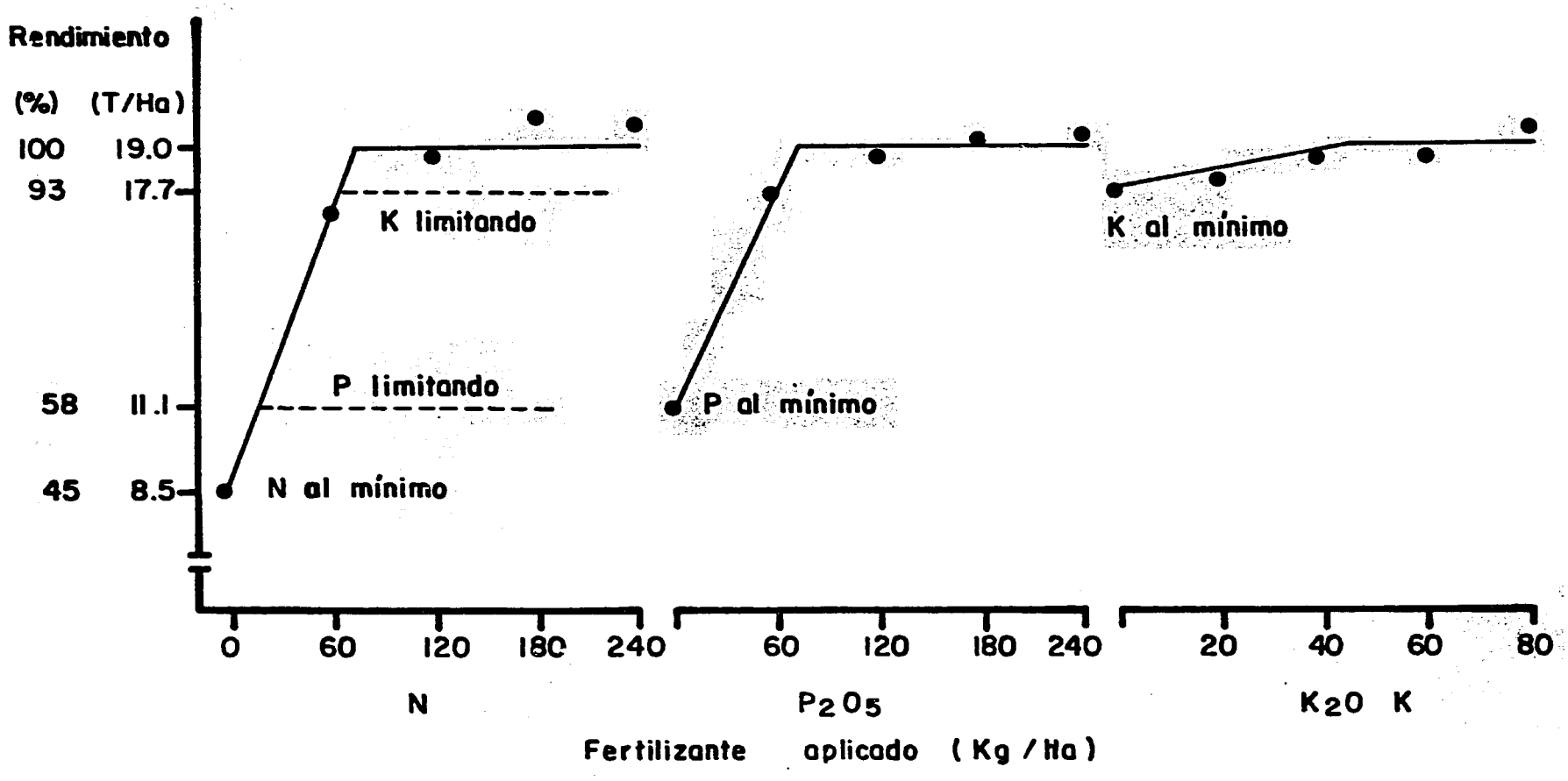



Fig. 10 Interpretación de la respuesta a múltiples nutrimentos, mediante una combinación de modelos discontinuos rectilíneos de nutrimentos individuales. (Waugh, et. al. 1973)

aquella causada por la liberación de N orgánico del suelo a través de una acción microbiológica estimulada por la adición de P. En estos dos ejemplos, la respuesta total que ocurre en el rendimiento no puede ser atribuída únicamente al efecto de P. Las interacciones de las respuestas asociadas no puden ser detectadas a través de los tratamientos de los fertilizantes o de los análisis estadísticos convencionales. Sin embargo, pueden ser descubiertas fácilmente examinándose las observaciones que están fuera del límite en los diagramas de correlación de Cate y Nelson, (puntos X, Fig. 4) u observándose las características de las respuestas que no son usuales en los modelos discontinuos rectilíneos.

"En experimentos de campo el número total de parcelas que pueden ser controladas convenientemente es tal que el investigador debe limitar el número total de éstas. Por consiguiente, generalmente sucede que se debe elegir entre:

1. Restringir el número de las dosis de aplicación con el fin de estudiar los efectos principales y las interacciones entre los diversos nutrimentos, o
2. Controlar, ignorar, o pasar por alto la interacción y estudiar la respuesta a un número grande de dosis de aplicación de un nutrimento individual. Lo último suministrará una información de confianza de la respuesta a un nutrimento dado, siempre que los niveles de los nutrimentos acompañantes sea suministrados en cantidades adecuadas, pero no excesivas. En la mayoría de los casos, un buen investigador puede establecer los niveles adecuados de los nutrimentos acompañantes mediante los resultados

obtenidos en estudios previos realizados en el invernadero y/o conducidos con anterioridad en el campo. En casos en donde se han suministrado dosis inadecuadas, la interpretación de la respuesta por el modelo discontinuo rectilíneo mostrará fácilmente los ajustes que son necesarios para estudios futuros".

## 6. INTERPRETACION DE LA RESPUESTA A FERTILIZANTES PARA LOCALIDADES INDIVIDUALES

Los resultados del análisis de regresión de los datos para cada modelo obtenido mediante el ajuste de los datos de la respuesta de experimentos individuales a los diversos modelos, señalan que cada función se ajusta mejor a algunos datos que a otros (Cuadro 2). En algunos casos el $R^2$ para todos los modelos es muy bajo debido a una respuesta muy pequeña del nutrimento. La función que mejor describe la respuesta de un ensayo de campo es algunas veces la peor para describir la respuesta de otro. Una conclusión lógica sobre este aspecto podría ser que, para propósitos de predicción, cualquiera de las formas algebraícas podrían igualmente servir para describir las funciones de la respuesta. Sin embargo, el modelo discontinuo rectilíneo (Cuadro 2), dió el mejor ajuste de $R^2$ para los datos del 73% de las 37 funciones de respuestas significativas estudiadas, en comparación con 8%, 14% y 5% de los modelos cuadráticos, raíz cuadrada y logarítmica, respectivamente. El modelo discontinuo rectilíneo debe ser reconocido como un modelo apropiado de trabajo que sirve para describir e interpretar la respuesta a los fertilizantes en experimentos individuales.

Cuadro 2. Coeficientes de determinación ($R^2$) del análisis de regresión para el ajuste de los datos de la respuesta a los fertilizantes a cuatro modelos usándose localidades individuales. (Ensayos de papa y trigo en el campo-Bolivia) (Waugh, et. al 1973).

| Categoría de suelo-cultivo | Localidad | Modelo de respuesta: Discontinuo rectilíneo | Cuadrático | Raíz Cuadrada | Logarítmico |
|---|---|---|---|---|---|
| | | **Datos de N** | | | |
| I | 7 | 0.294* | 0.307* | 0.309* | 0.308* |
| | 8 | 0.909** | 0.834** | 0.938** | 0.911** |
| | 9 | 0.947** | 0.520* | 0.720** | 0.651** |
| | 10 | 0.869** | 0.855** | 0.896** | 0.891** |
| II | 4 | 0.826** | 0.616** | 0.815** | 0.749** |
| | 5 | 0.754** | 0.611** | 0.764** | 0.712** |
| III | 13 | 0.775** | 0.735** | 0.672** | 0.712** |
| | 14 | 0.389* | 0.580* | 0.523* | 0.576* |
| | 15 | 0.467* | 0.351 | 0.455* | 0.424* |
| IV | 25 | 0.909* | 0.880** | 0.868** | 0.894** |
| | 26 | 0.340* | 0.132 | 0.107 | 0.106 |
| | 27 | 0.273* | 0.207 | 0.151 | 0.180 |
| | 28 | 0.562* | 0.264 | 0.544* | 0.440* |
| V | 29 | 0.370* | 0.307 | 0.347 | 0.345 |
| | 30 | 0.423* | 0.381* | 0.390* | 0.396* |
| | 32 | 0.474* | 0.454* | 0.476* | 0.512* |
| | 33 | 0.625** | 0.426* | 0.370* | 0.413* |
| | 34 | 0.556* | 0.785** | 0.454* | 0.617* |
| | | **Datos de P** | | | |
| I | 7 | 0.345* | 0.421* | 0.312* | 0.363* |
| | 8 | 0.718** | 0.605** | 0.716** | 0.690** |
| | 9 | 0.534* | 0.522* | 0.620* | 0.567* |
| | 10 | 0.552* | 0.408* | 0.540* | 0.488* |
| III | 13 | 0.348* | 0.296 | 0.292 | 0.301 |
| | 14 | 0.421* | 0.462* | 0.503* | 0.487* |
| | 15 | 0.718** | 0.690** | 0.650** | 0.704** |
| IV | 24 | 0.361* | 0.235 | 0.346 | 0.305 |
| | 25 | 0.592* | 0.487* | 0.571* | 0.561* |
| | 26 | 0.376* | 0.256 | 0.311 | 0.260 |
| | 27 | 0.569* | 0.545* | 0.518* | 0.535* |
| V | 29 | 0.463* | 0.399* | 0.346* | 0.381* |
| | 30 | 0.371* | 0.258 | 0.194 | 0.238 |
| | 31 | 0.300* | 0.250 | 0.190 | 0.227 |
| | 32 | 0.433* | 0.144 | 0.368* | 0.286 |
| | 33 | 0.584* | 0.432* | 0.524* | 0.514* |
| | | **Datos de K** | | | |
| III | 15 | 0.401* | 0.270 | 0.212 | 0.243 |
| | 29 | 0.342* | 0.206 | 0.306 | 0.293 |
| | 33 | 0.467* | 0.323 | 0.310 | 0.321 |
| Número total de experimentos en los cuales el modelo dió el mejor $R^2$ | | 27 | 3 | 5 | 2 |

## 7. INTERPRETACION DE LA RESPUESTA A LOS FERTILIZANTES PARA UN CONJUNTO DE LOCALIDADES

Así mismo, se hicieron comparaciones entre los diferentes modelos (Cuadro 3), para un conjunto de experimentos en vez de experimentos individuales. Mientras que el modelo discontinuo rectilíneo mostró claramente que era mejor que los modelos curvilíneos para la mayoría de las localidades individuales, se encontró en cambio menor diferencia entre modelos, al trabajarse con localidades combinadas. Esto se debe probablemente al hecho de que al promediar el conjunto de datos de las localidades individuales, cuyas pendientes de respuestas y rendimientos máximos estables eran diferentes, matemáticamente se obtenía una respuesta de promedio curvilíneo, aún cuando las respuestas individuales son mejor caracterizadas por las dos líneas rectas del modelo discontinuo rectilíneo.

Cuadro 3. Comparación del $R^2$ de diferentes modelos para un conjunto de experimentos

| | $R^2$ DEL MODELO | | | |
|---|---|---|---|---|
| LOCALIDAD | DR | $X^2$ | X | LOG. |
| 24 | .361* | .235 | .346 | .305 |
| 25 | .592* | .487* | .571* | .561* |
| 26 | .376* | .256 | .311 | .260 |
| 27 | .569 | .545* | .518 | .535* |
| CONJUNTO | .818 | .744 | .838 | .816 |

Para los gráficos de los datos de respuestas se usaron los promedios de todos los experimentos del conjunto de localidades, de tal modo que fácilmente puede verse el rango de observaciones y el efecto ponderado de los números desiguales de las observaciones en cada nivel. Se trazó la línea de respuesta predictiva a través de los puntos para cada modelo de respuesta estudiado. En la figura 11, se observa el gráfico para el modelo discontinuo rectilíneo.

Los residuos del análisis de regresión son quizás más importantes de mención que el ajuste del modelo a la función de respuesta (Fig. 12). Idealmente, los residuos deben salir al azar (i.e., distribuídos igualmente en los lados positivos y negativos de la línea de referencia). Sin embargo, los modelos curvilíneos muestran algunas tendencias consistentes en los residuos para los experimentos individuales de este estudio, indicando una tendencia al sesgamiento.

Cuando se usó el modelo discontinuo rectilíneo estos residuos aparecieron más apropiadamente al azar. Los trabjos de Boyd (1970) y Anderson y Nelson (1971) indicaron un sesgamiento similar con el modelo cuadrático. El modelo cuadrático muestra residuos negativos en los niveles 0 y 3, y residuos positivos en los niveles 1 y 4. Las tendencias de los residuos de los modelos raíz cuadrada y logarítmica parece que son intermedias entre el modelo cuadrático y el modelo discontinuo rectilíneo en casi todos los casos.

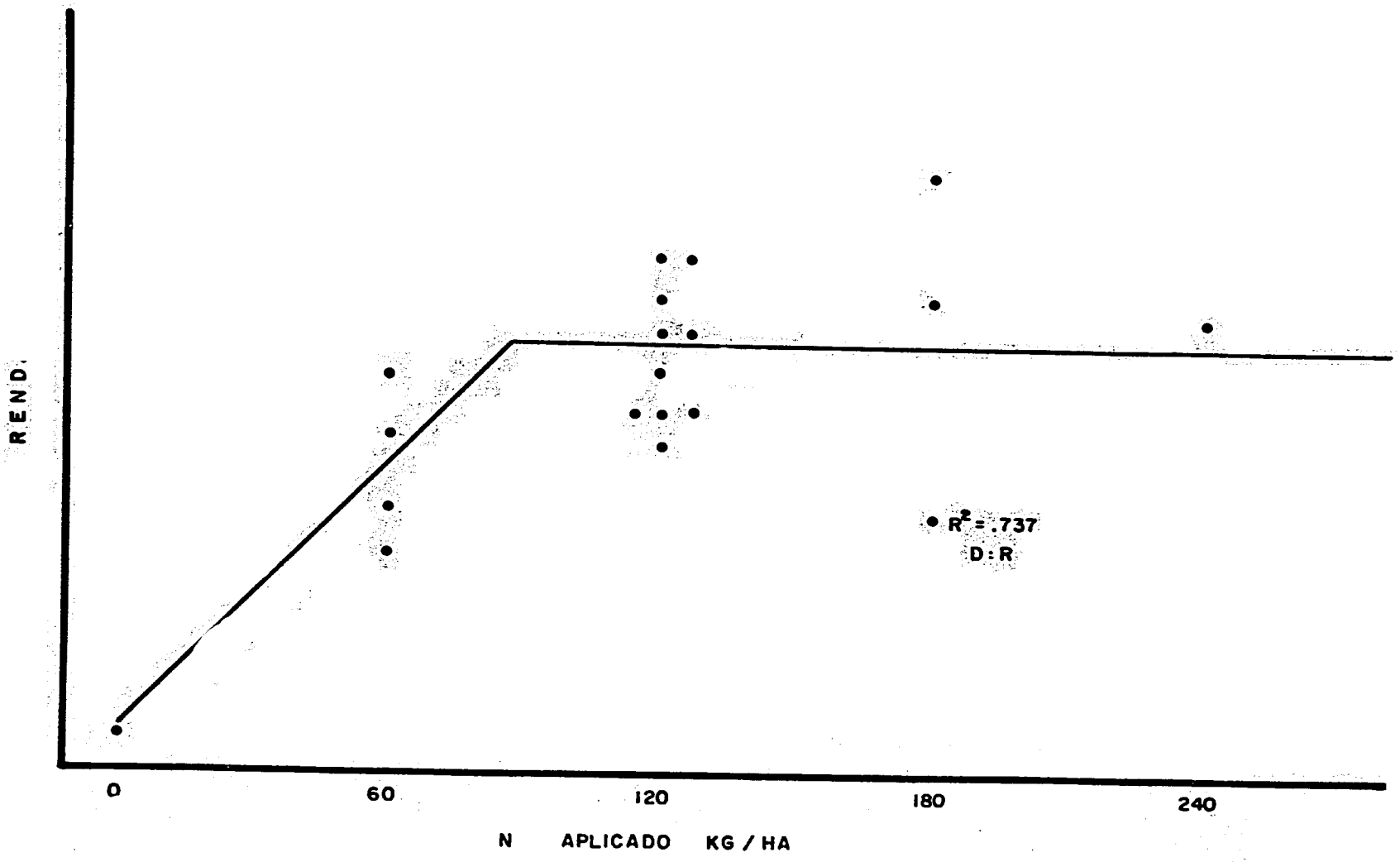



Fig. 11 Líneas de respuesta predictiva del modelo descontinuo rectilíneo, usando los promedios de experimentos de un conjunto de localidades

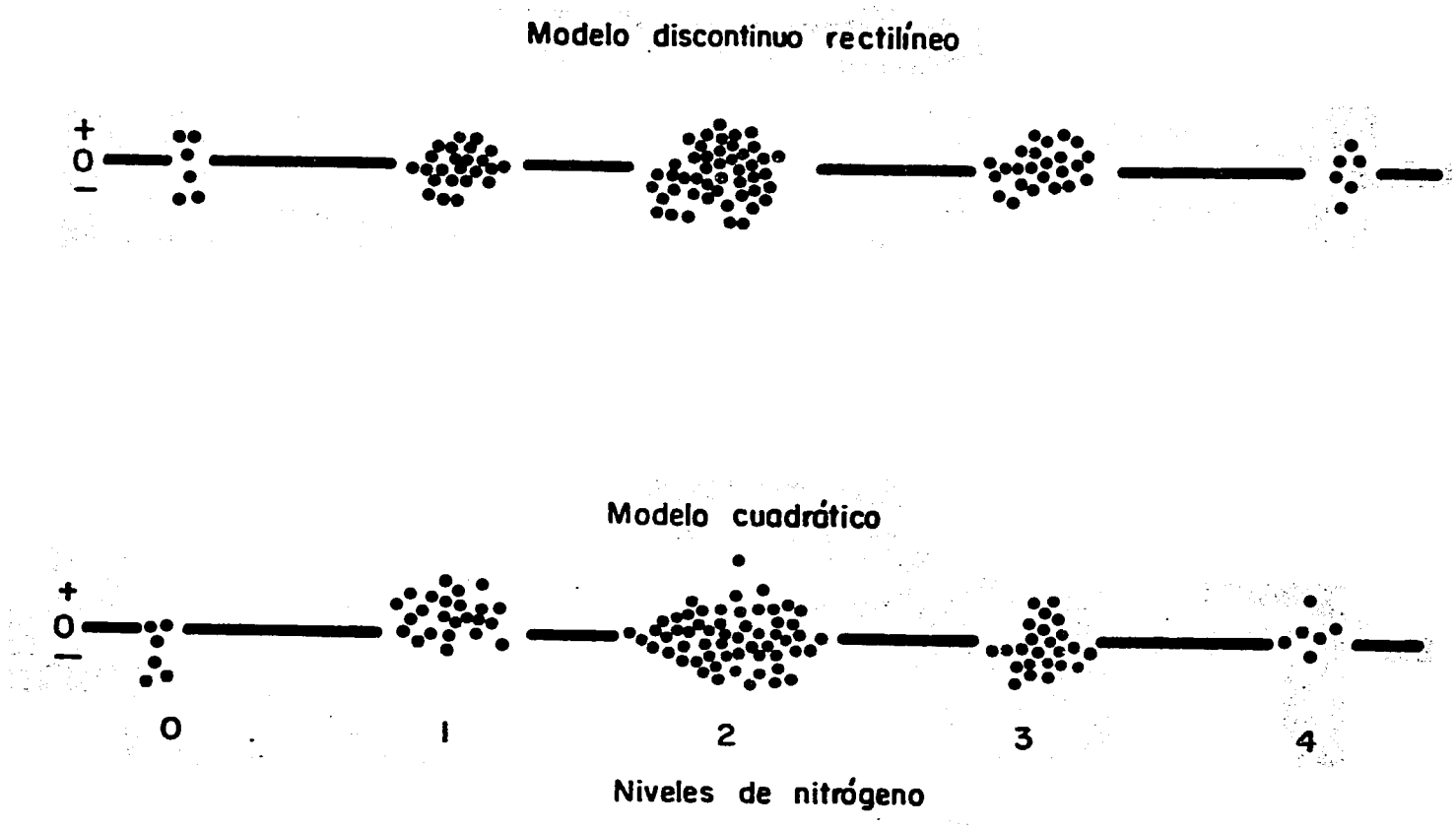



Fig. 12 Representación gráfica de los residuos de regresión para un conjunto de seis experimentos individuales de N (Waugh, et. al. 1973)

MISSING PAGE

NO. 46

## V. CALCULO DE MODELOS DISCONTINUOS EN EXPERIMENTOS DE CAMPO CON UN SOLO NUTRIMENTO 1/

### 1. DEFINICIONES:

Ecuación de regresión: $Y = a + bX$

a = rendimiento umbral, es el promedio de rendimiento obtenido con el nivel de aplicación cero de nutrimento.

b = la cantidad de producto obtenido con cada cantidad de insumo aplicado hasta alcanzar la meseta estable de rendimiento = pendiente.

X = la mínima cantidad de insumo requerido para lograr la meseta de rendimiento o máximo rendimiento estable, y

Y = meseta estable de rendimiento o máximo rendimiento estable.

$X_o$ .....$X_n$ = niveles de aplicación de insumo.

$Y_o$ .....$Y_n$ = rendimientos observados con cada nivel de aplicación del insumo, x.

$\hat{Y}_o$ .....$\hat{Y}_n$ = rendimientos calculados para cada nivel de aplicación del insumo, x.

Ejemplo: Para calcular la cantidad mínima de fertilizante, X, requerida para alcanzar la meseta de rendimiento, Y, $X = \frac{Y - a}{b}$

---

1/ Basado en "Cómo calcular ecuaciones Liebig" por Robert Cate, North Carolina State University at Raleigh, mimeografiado sin fecha.

## 2. PASOS A SEGUIRSE EN EL CALCULO

Para calcular modelos descontinuos de respuesta de cultivos a niveles de aplicación de nutrimentos, se sugieren los siguientes pasos:

Para un ensayo en el caul se está estudiando solamente un nutrimento:

1) Calcular el rendimiento promedio obtenido en las repeticiones para cada nivel de nutrimento aplicado (a).
2) Hacer un gráfico de los promedios de rendimiento obtenidos con cada tratamiento (b).
3) Eliminando el rendimiento obtenido con el nivel de aplicación cero de nutrimento, calcular elppromedio de los rendimientos obtenidos con cada uno de los tratamientos restantes. Esto es la "meseta provisional" (c) 2/.
4) Usar una DLS para probar cada rendimiento promedio obtenido con cada tratamiento, incluyendo "cero" contra la "meseta provisional". Si no se dispone de una DLS ya calculada, usar 25% de la "meseta provisional" como una DLS (c).
5) Cualquier tratamiento que resulte significaticante según el paso 4 no deberá incluirse en la "meseta provisional". Eliminar los rendimientos que son significativamente diferentes, así

---

2/ Para casos donde hay más replicaciones en unos tratamientos que en otros, hay que dar el peso correcto para las observaciones. Por ejemplo: $X_2$, 2 replicaciones; $X_3$, 2 replicaciones; $X_4$, 6 replicaciones; $X_5$, 2 replicaciones; $X_6$, 2 replicaciones:

$$\frac{X_2 + X_2 + X_3 + X_4 + X_4 + X_4 + X_4 + X_4 + X_4 + X_5 + X_5 + X_6 + X_6}{14}$$

como los rendimientos obtenidos con los tratamientos con cero de nutrimento y calcular una meseta nueva (c). Repetir los pasos 4) y 5) hasta que se obtenga una meseta de rendimientos estables, sobre la cual, los rendimientos obtenidos con diferentes tratamientos no difieren significativamente los unos de los otros (c).

6) Probar aquellos modelos que parezcan ser apropiados (d).

7) Calcular la suma de cuadrados de las diferencias entre los rendimientos observados y los rendimientos calculados para cada tratamiento y modelo que se pruebe (e).

8) Adoptar el modelo que tenga la suma mínima de los cuadrados de las diferencias entre los rendimientos observados y los rendimientos calculados por cada tratamiento. Este modelo será la descripción matemática más adecuada de la respuesta del cultivo a los tratamientos con fertilizantes (e).

## Procedimiento

### a. Calcular los rendimientos promedios

En el Cuadro 4, se observa la respuesta del ajonjolí a los niveles de nitrógeno aplicado.

Cuadro 4. Rendimientos promedios de ajonjolí en Kg/ha*

| x | Nitrógeno Kg/ha | y | Rendimiento Kg/ha |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 637 |
| 1 | 25 | 1 | 833 |
| 2 | 50 | 2 | 1110 |
| 3 | 75 | 3 | 1327 |
| 4 | 100 | 4 | 1379 |
| 5 | 125 | 5 | 1221 |
| 6 | 150 | 6 | 1241 |

* Datos del Programa de Nutrición Vegetal del ICTA. La Máquina, Sector B, Guatemala, 1973.

b. Hacer un Gráfico con los Promedios de Rendimiento

En la Fig. 13, se observa la gráfica de la respuesta del ajonjolí a la aplicación de los niveles crecientes de nitrógeno.

c. Calcular la Meseta Provisional de Rendimiento

Rendimiento Y = 1 2 3 4 5 6

Y: meseta provisional = $\frac{883 + 1110 + 1327 + 1379 + 1221 + 1241}{6} = \frac{7161}{}$

= (1193.5) ($\pm$0.25) = 1193.5 $\pm$ 298.4 = 895 - 1491.9

rango de diferencias no significantes entre rendimientos

eliminado el $y_1$ o sea 883, se tiene:

Rendimiento Y = 2 3 4 5 6

Recalcular la meseta provisional = $\frac{1110 + 1327 + 1379 + 1221 + 1241}{5}$ =

= $\frac{6278}{5}$ = 1255.6 = (1255.6) (.25) = 313.9

1255.6-313.9=941.7

1255.6+313.9=1569.5

rango de diferencias no significantes entre rendimientos

entonces, no hay que eliminar más puntos de la meseta provisional = 1255.6

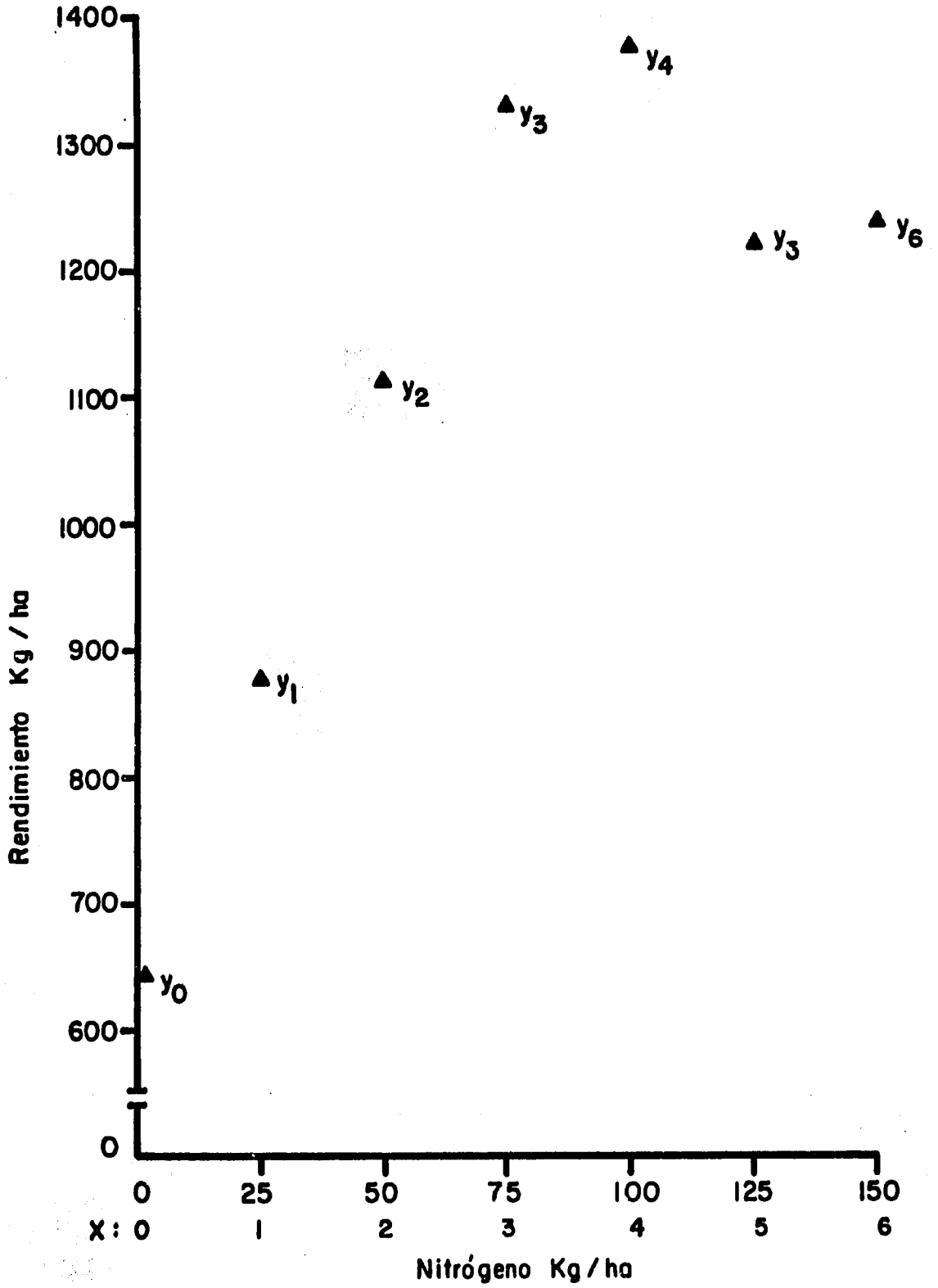



Fig. 13 Relación entre los rendimientos promedios de ajonjolí con los niveles de nitrógeno. (ICTA, Guatemala, 1973)

## d. Calcular los Modelos Discontinuos

### d-1 Modelo de Dos Puntos

Dos puntos, $y_o$ y $y_1$ determinan la pendiente, la intersección entre la pendiente y la meseta está entre los tratamientos $x_1$ y $x_2$. (Fig. 14).

Y = 1255.6 = meseta provisional

$a = y_o$ = 637 Kg/ha = rendimiento umbral

$$b = \frac{y_1 - y_o}{x_1} = \frac{883 - 637}{25} = 9.48 \text{ Kg ajonjolí/Kg nitrógeno}$$

NOTA: (la b está controlada por $y_o$ y $y_1$ que son los dos puntos sobre la pendiente en este modelo, todos los demás puntos están incluídos en la meseta).

$$\text{Fertilizante requerido} = \frac{Y \text{ meseta} - a}{b} = \frac{1255.6 - 637}{984} = 63 \text{ Kg/ha nitrógeno}$$

Observar que el fertilizante requerido, 63 Kg/ha, está por arriba del nivel de aplicación $x_2$; entonces no sirve este modelo. Hay que probar otro.

---

### d-2 Modelo de Tres Puntos

Tres puntos, $y_o$, $y_1$ y $y_2$ determinan la pendiente, la intersección entre la pendiente y la meseta está entre los tratamientos $x_2$ y $x_3$. (Fig. 15).

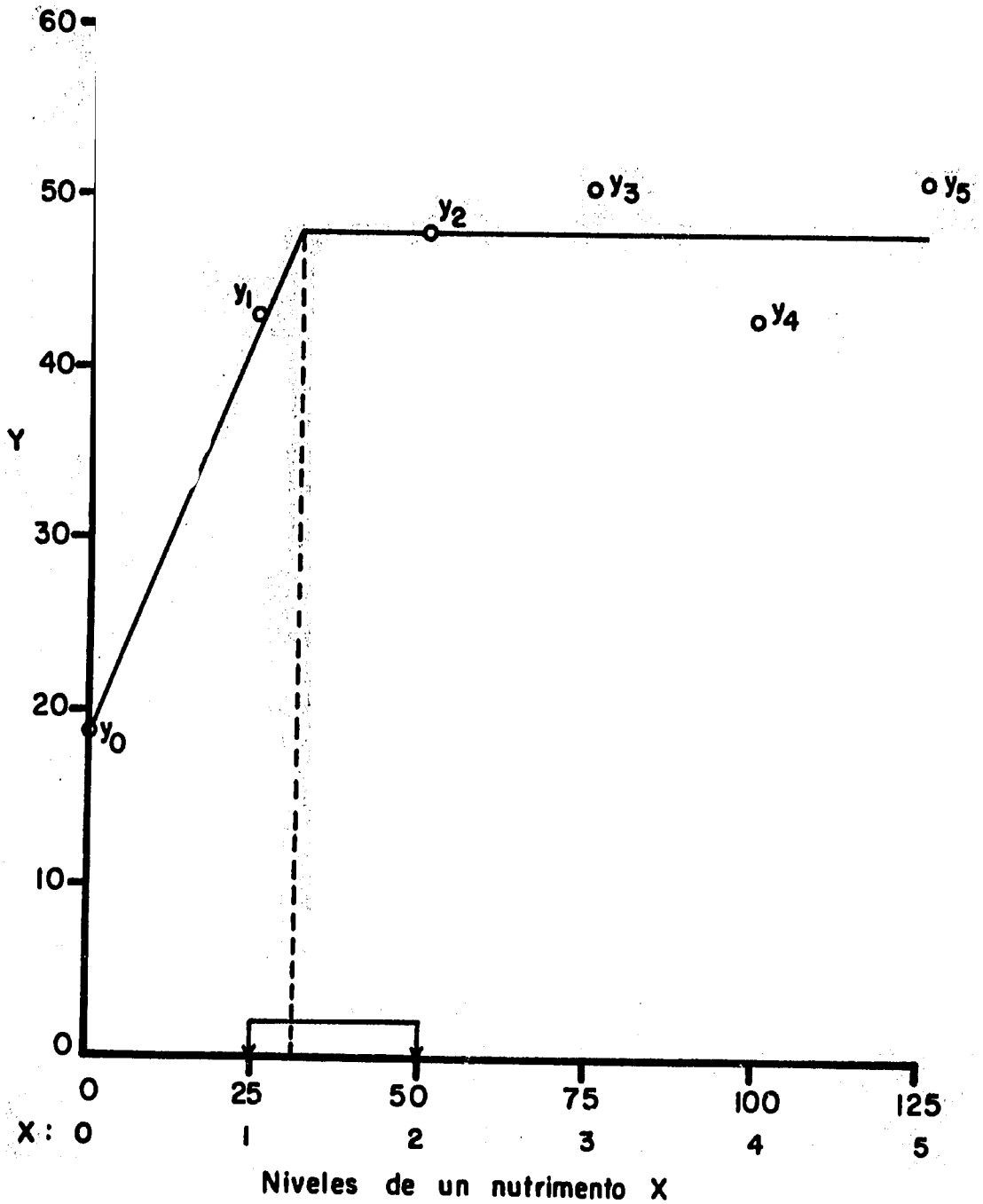



Fig. 14 Representación gráfica en la cual dos puntos yo y yı determinan la pendiente

Nota: Los puntos para los rendimientos son puramente ilustrativos, no son los rendimientos del ensayo de ajonjolí

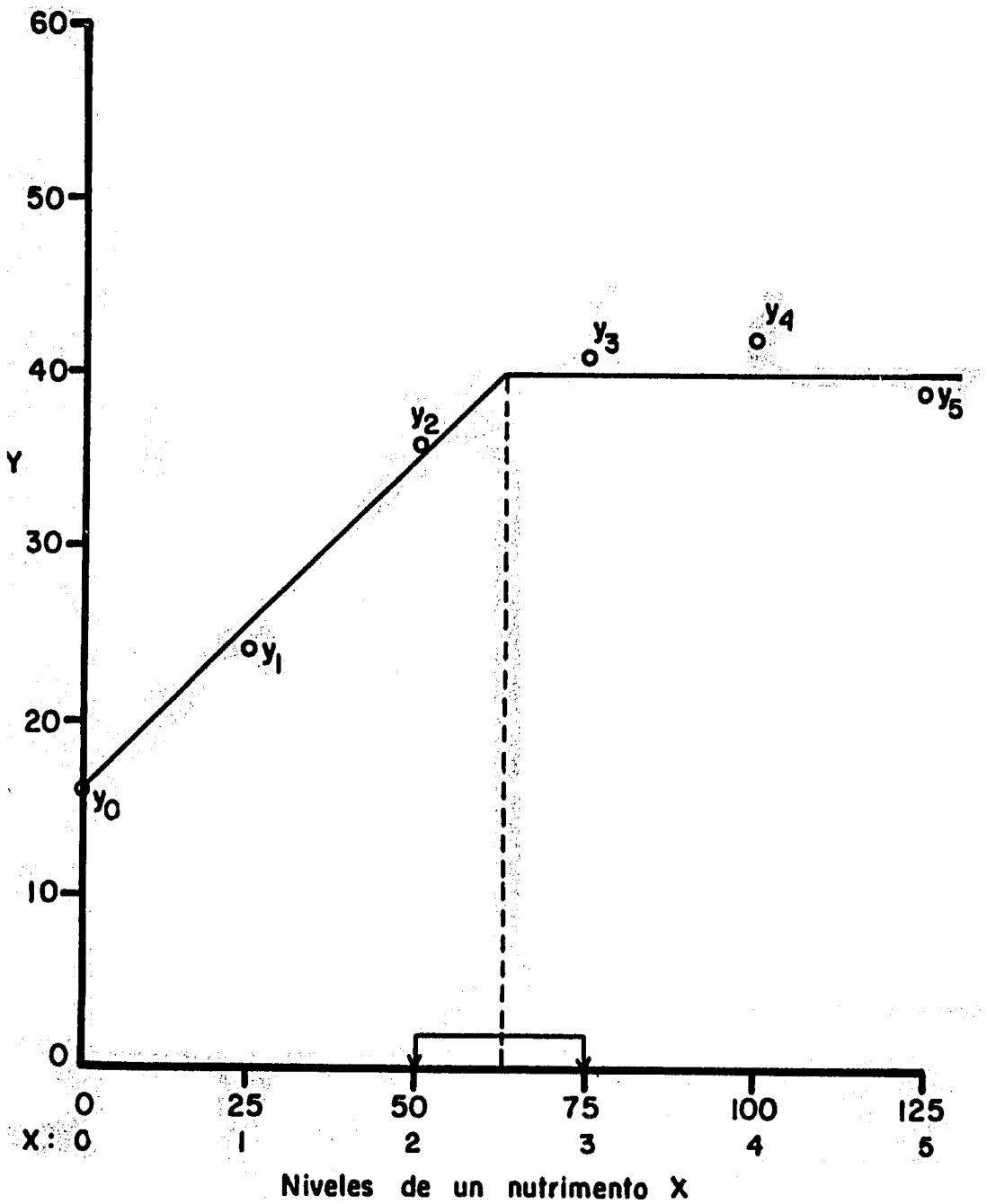



Fig. 15 Representación gráfica en la cual tres puntos $y_0, y_1$ y $y_2$ determinan la pendiente

| Nivel | x | y | xy | $x^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 637 | 0 | 0 |
| 1 | 25 | 883 | 22075 | 625 |
| 2 | 50 | 1110 | 55500 | 2500 |
| N=3 $\Sigma x$ | 75 $\Sigma y$ | 2630 $\Sigma xy$ | 77575 $\Sigma x^2$ | 3125 |
| $(\Sigma x)^2$ 5625 | | | | |

$$a = \frac{[(\Sigma x^2)\ (\Sigma y)] - [(\Sigma x)\ (\Sigma xy)]}{[(N)\ (\Sigma x^2)] - (\Sigma x)^2}$$

$$b = \frac{[(N)\ (\Sigma xy)] - [(\Sigma x)\ (\Sigma y)]}{[(N)\ (\Sigma x^2)] - (\Sigma x)^2}$$

$$a = \frac{[\overset{\Sigma x^2}{(3125)}\ \overset{\Sigma y}{(2630)}] - [\overset{\Sigma x}{(75)}\ \overset{\Sigma xy}{(77575)}]}{\underset{N}{(3)}\ \underset{\Sigma x}{(3125)} - \underset{(\Sigma x)^2}{5625}} = \frac{8218750 - 5818125}{9375 - 5625} = \frac{2400625}{3750}$$

640.2 Kg. ajonjolí/ha, es el rendimiento calculado, $\hat{y}_o$, para el nivel cero de aplicación de nitrógeno, $x_o$ .

$$b = \frac{[(3)\ (77575)] - [(75)\ (2630)]}{(3)\ (3125) - 5625} = \frac{232725 - 197250}{9375 - 5625} = \frac{35475}{3750} = \underline{9.46}$$ Kg. de Ajonjolí producido por cada Kg. de nitrógeno aplicado, hasta alcanzar la meseta de rendimiento, Y.

Estando el $y_2$ sobre la pendiente en este modelo, no puede estar al mismo tiempo sobre la meseta. Entonces, hay que calcular la meseta provisional nuevamente eliminando el rendimiento $y_2$:

$$Y: \text{ Meseta provisional} = \frac{\overset{y_3}{1327} + \overset{y_4}{1379} + \overset{y_5}{1221} + \overset{y_6}{1241}}{4} = \frac{5168}{4} = \underline{\underline{1292}}$$

Fertilizante requerido, $X = Y-a/b$

meseta provisional $\hat{y}_o$

$$\text{Fertilizante requerido} = \frac{1292 - 640.2}{\underset{b}{9.46}} = \frac{651.8}{9.46} = \underline{68.9} \text{ Kg/ha de nitrógeno}$$

Ver Fig. 15, el modelo de tres puntos exige que la intersección entre la pendiente y la meseta tiene que estar entre niveles $x_2$ y $x_3$ de aplicación; entonces este modelo es aceptable. Fórmula $a + b(X) = 640.2 + 9.46\ (X)$

| Nivel x | Rendimientos Calculados |
|---|---|
| 0 | $\hat{y}_o = a = 640.2$ Kg ajonjolí/ha, calculado |
| 1 | $\hat{y}_1 = 640.2 + (9.46)\ (25) = 877$, calculado |
| 2 | $\hat{y}_2 = 640.2 + (9.46)\ (50) = 1113$, calculado |

Estos ($\hat{y}_o$, $\hat{y}_1$, y $\hat{y}_2$) son los tres puntos que están en la pendiente. Todos los demás puntos están en la meseta provisional.

---

d-3 Modelo de Cuatro Puntos

Cuatro puntos, $y_o$, $y_1$, $y_2$, y $y_3$, están sobre la pendiente, la intersección entre la pendiente y la meseta está entre los tratamientos $x_3$ y $x_4$. (Fig. 16).

Usar las mismas fórmulas del modelo de tres puntos, con la adición del rendimiento al tercer nivel de aplicación de nitrógeno ($x_3$).

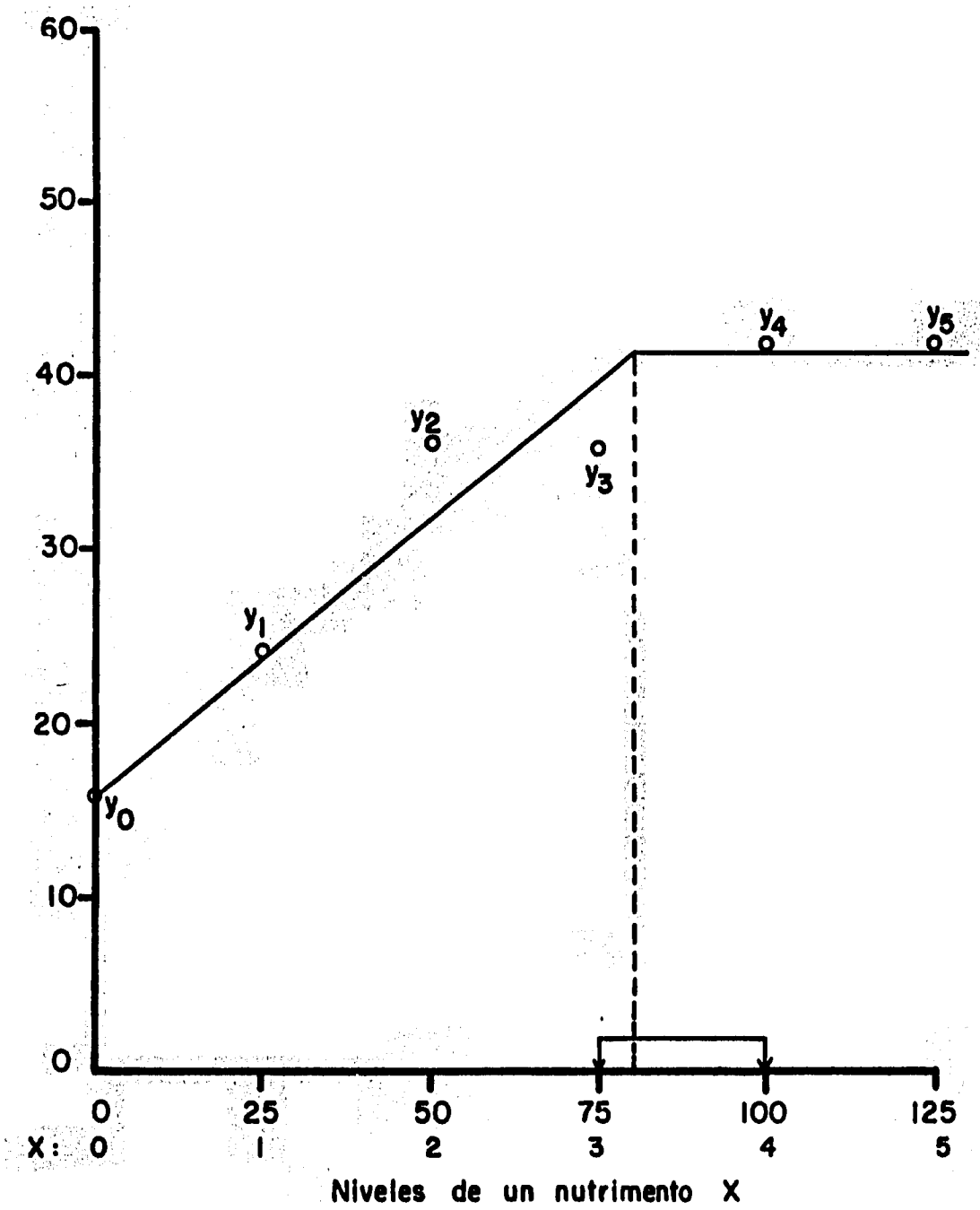



Fig. 16 Representación gráfica en la cual cuatro puntos $y_0, y_1, y_2, y_3$ determinan la pendiente

Los puntos de rendimiento $y_o$, $y_1$, $y_2$ y $y_3$ están sobre la pendiente en este modelo. Entonces, la meseta provisional será:

Rendimiento Y = $y_4$ $y_5$ $y_6$

Y: Meseta provisional = $\frac{1379 + 1221 + 1241}{3} = \frac{3841}{3} = \underline{\underline{1280.3}}$

| Nivel | x | y | xy | $x^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 637 | 0 | 0 |
| 1 | 25 | 883 | 22075 | 625 |
| 2 | 50 | 1110 | 55500 | 2500 |
| 3 | 75 | 1327 | 99525 | 5625 |
| N=4 $\Sigma x$ | 150 | $\Sigma y$ 3957 | $\Sigma xy$ 177100 | $\Sigma x^2$ 8750 |

$\Sigma(x)^2$ 22500

$$a = \frac{(8750)\ (3957) - (150)\ (177100)}{(4)\ (8750) - 22500} = \frac{34623750 - 26565000}{35000 - 22500} = \frac{8058750}{12500} =$$

$\underline{\underline{644.7}}$ Kg. ajonjolí/ha = $\hat{y}_o$

$$b = \frac{(4)\ (177100) - (150)\ (3957)}{(4)\ (8750) - 22500} = \frac{708400 - 593550}{35000 - 22500} = \frac{114850}{12500} =$$

$\underline{\underline{9.188}}$ Kg de ajonjolí/Kg de nitrógeno aplicado

Fertilizante requerido = $\frac{1280.3 - 644.7}{9.188} = \underline{\underline{69.18}}$ Kg/ha de nitrógeno

Ver Fig. 16 la intersección entre la pendiente y la meseta provisional tiene que estar entre los niveles $x_3$ y $x_4$ de aplicación o sea entre 75 y 100 Kg. de nitrógeno. En este caso este modelo no sirve.

d-4 Modelo de Tres Puntos y la Meseta

Tres puntos $y_o$, $y_1$, y $y_2$ y la meseta determinan la pendiente, la intersección entre la pendiente y la meseta está sobre el nivel 3 de aplicación del nutrimento. * (Fig. 19).

Promedio de 3 puntos sobre la pendiente $= \frac{y_o + y_1 + y_2}{3} = \frac{637 + 883 + 1110}{3}$

$= 876.7$

a = mesete provisional - (b) $(X_3)$ = 1292 - (b) (75)

$b = \frac{\text{(meseta provisional) - (promedio de los 3 puntos sobre la pendiente)}}{(2)\ (X_1)}$

$= \frac{1292 - 876.7}{(2)\ (25)} = \underline{\underline{8.31}}$ Kg. de ajonjolí/kg. de nitrógeno

a = 1292 - (8.31) (75) = 668.8 Kg. ajonjolí/ha = $\hat{y}_o$

Fertilizantes requerido $= \frac{\text{meseta provisional - a}}{b} = \frac{1292-668.8}{8.31} = \underline{\underline{75}}$ Kg de N/ha

$\hat{y}_o = 668.8$

$\hat{y}_1 = 668.8 + (b)\ (x_1) = 668.8 + (8.31)\ (25) = 876.55$

$\hat{y}_2 = 668.8 + (8.31)\ (50) = 1084.3$

d-5 Modelo de Cuatro Puntos y la Meseta

Cuatro puntos $y_o$, $y_1$, $y_2$ y $y_3$ y la meseta determinan la pendiente, la intersección entre la pendiente y la meseta está sobre el nivel 4 de aplicación del nutrimento (Fig. 20).

---

* Pueden haber casos en los cuales los modelos de un punto y meseta o dos puntos y meseta sean los que más se ajusten. (Figuras 17 y 18).

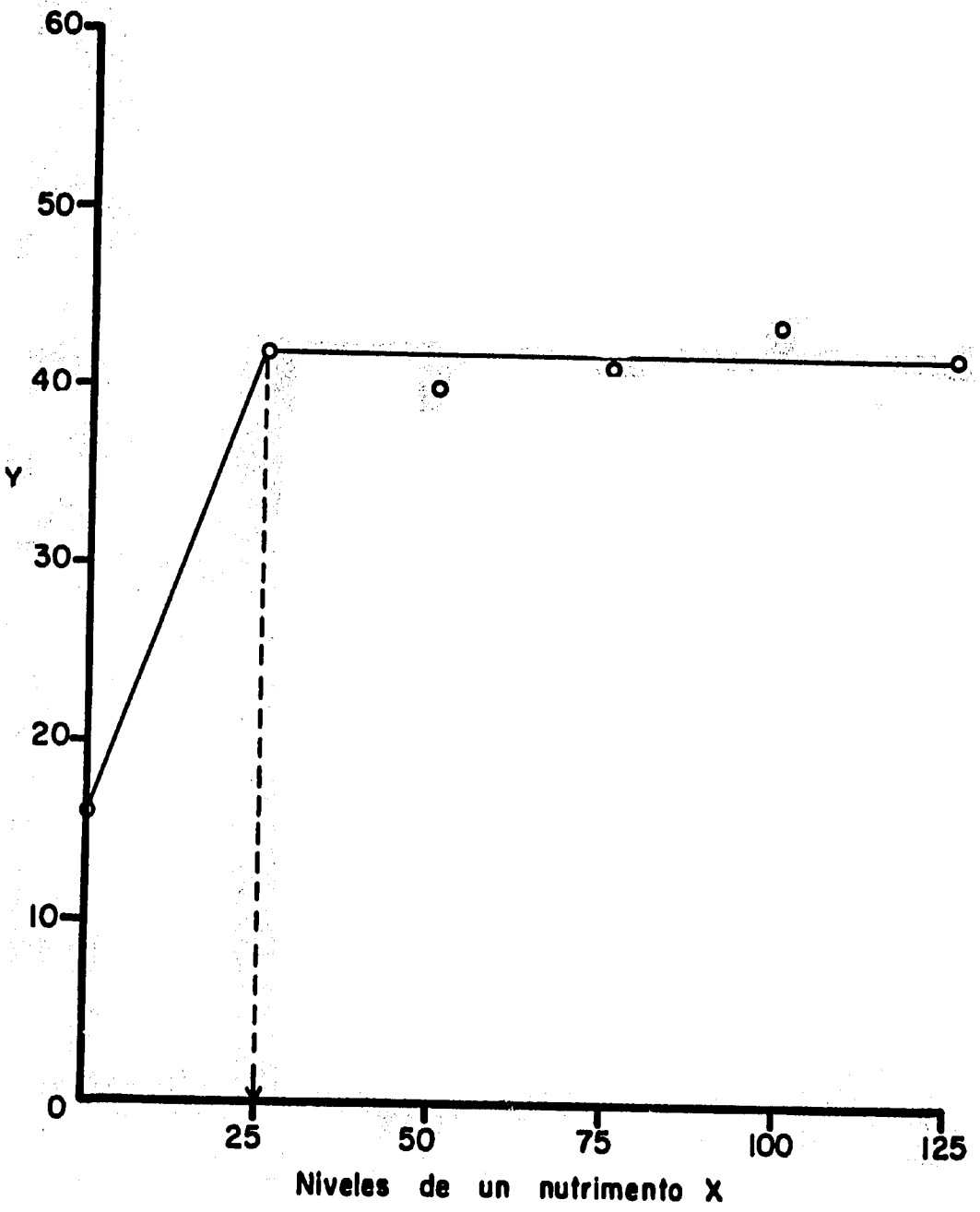



Fig. 17 Representación gráfica en la cual un punto $y_0$ y la meseta determinan la pendiente

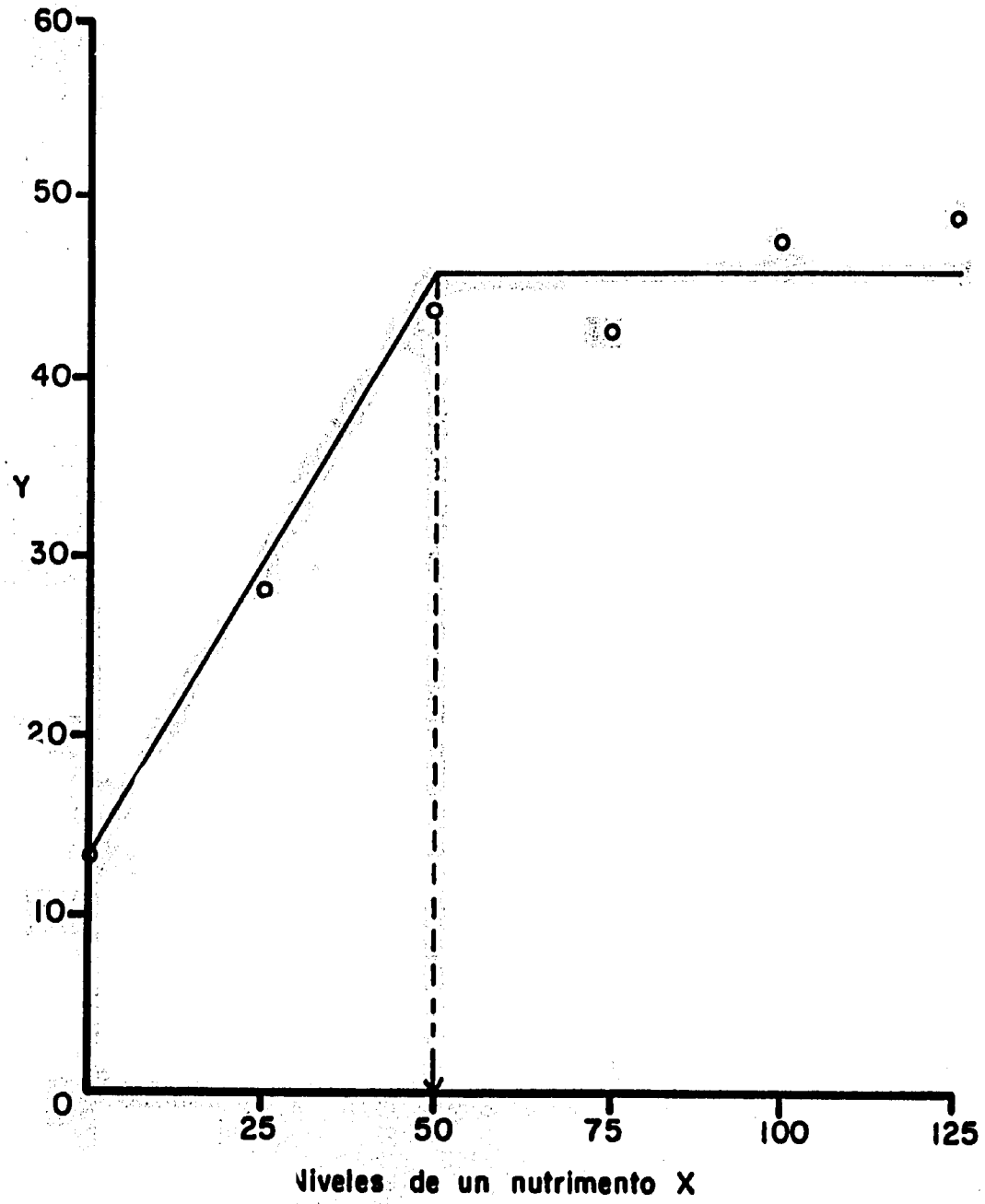



Fig. 18 Representación gráfica en la cual dos puntos $y_0, y_1$ y la meseta determinan la pendiente

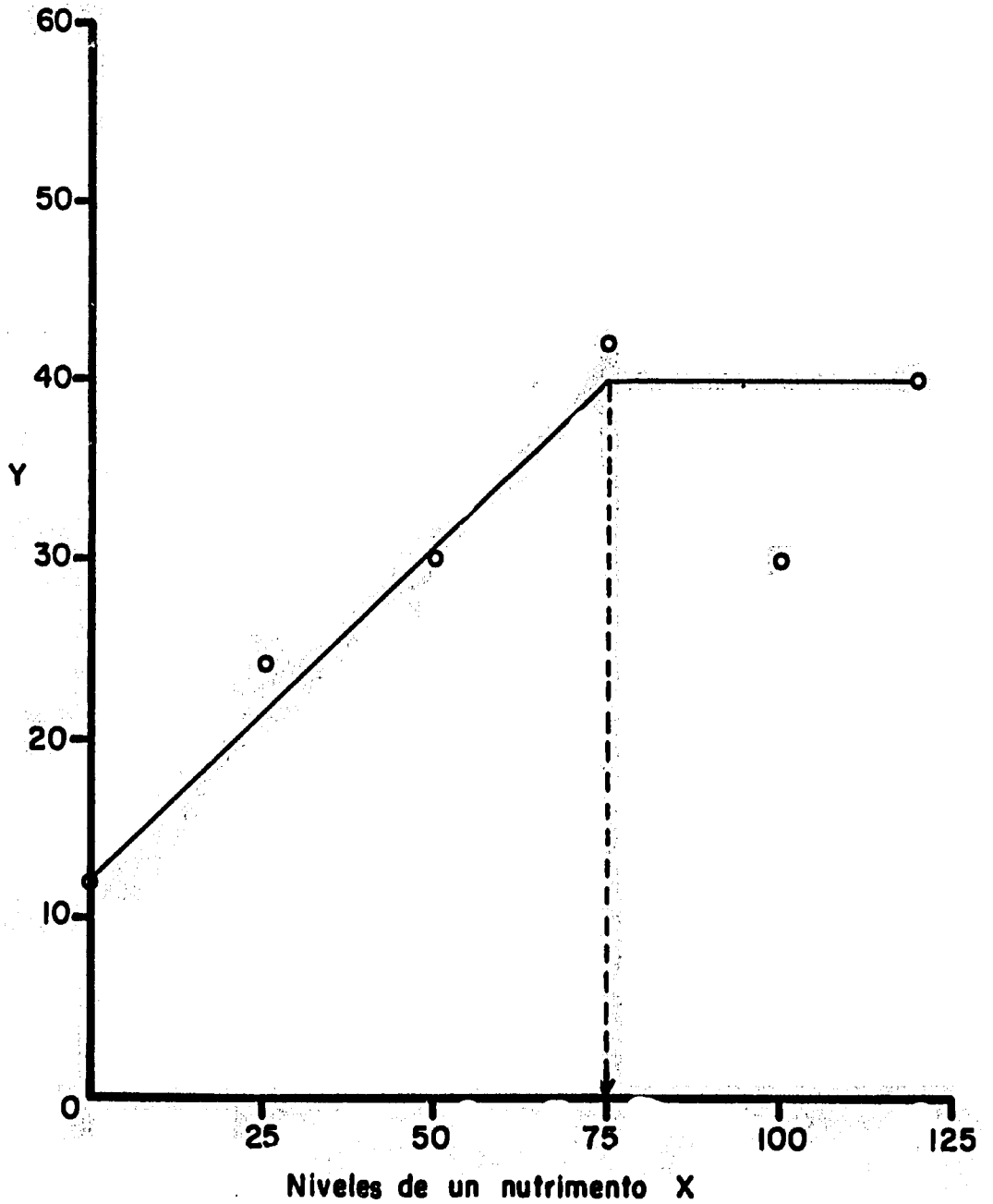



Fig. 19 Representación gráfica en la cual tres puntos $y_0, y_1, y_2$ y la meseta determinan la pendiente

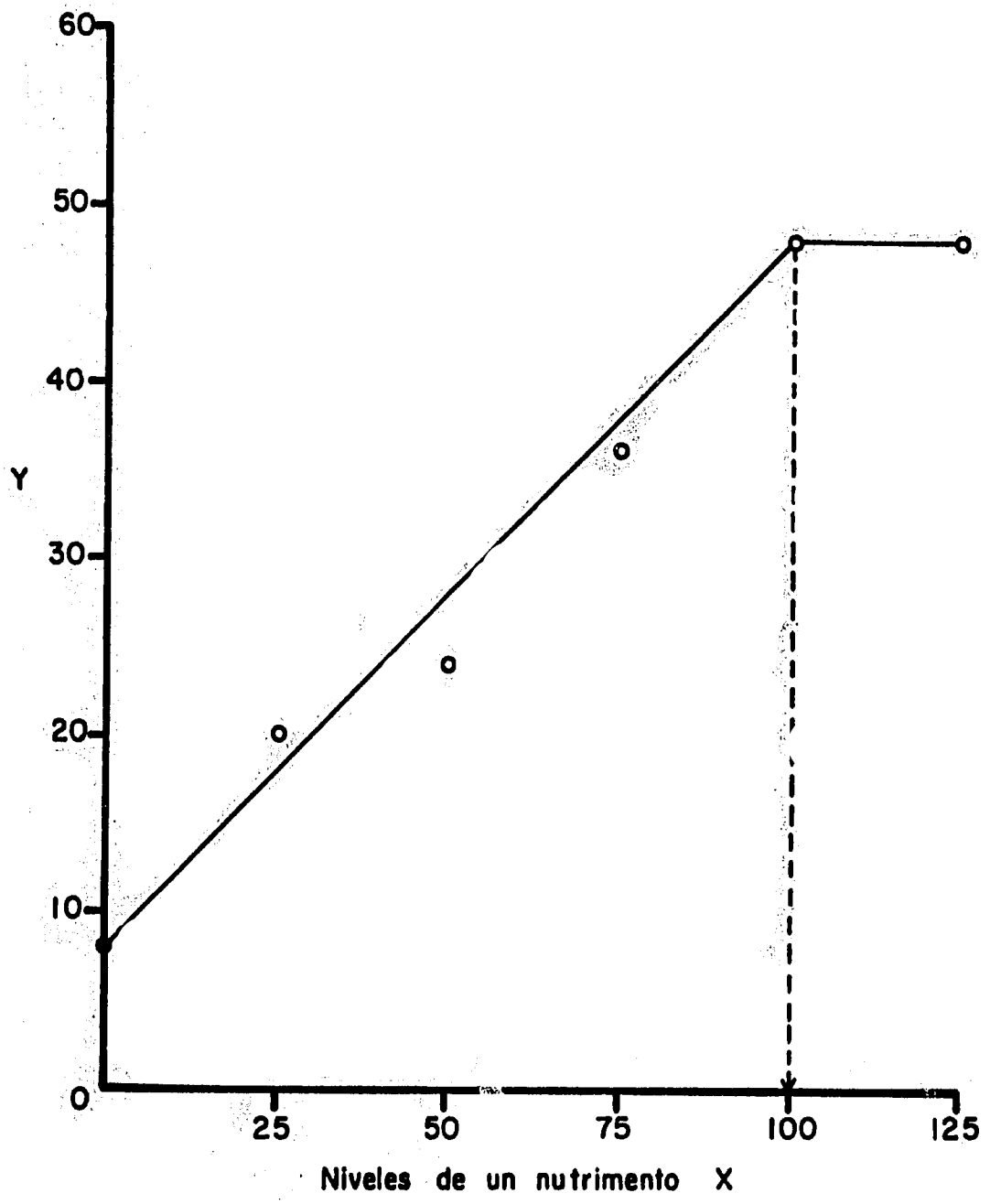



Fig. 20 Representación gráfica en la cual cuatro puntos $y_0, y_1, y_2, y_3$ y la meseta determinan la pendiente

$$\text{Meseta provisional} = \frac{\overset{y_4}{1379} + \overset{y_5}{1221} + \overset{y_6}{1241}}{3} = \frac{3841}{3} = \underline{\underline{1280.3}}$$

$$\text{Promedio de los cuatro puntos sobre la pendiente} = \frac{637+883+1110+1327}{4}$$

$$= \underline{\underline{989.25}}$$

$$b = \frac{1280.3 - 989.25}{(3)\ (25)} = \frac{291.05}{75} = \underline{\underline{3.88}} \text{ Kg. ajonjolí/Kg. nitrógeno}$$

$$a = 1280.3 - (3.88)\ (100) = 892.3 = \hat{y}_0$$

$$\text{Fertilizante requerido} = \frac{1280.3 - 892.3}{3.88} = 100 \text{ Kg/ha nitrógeno}$$

$$\hat{y}_0 = 892.3$$

$$\hat{y}_1 = 892.3 + (b)\ (x_1) = 892.3 + (3.88)\ (25) = 989.3$$

$$\hat{y}_2 = 892.3 + (3.88)\ (50) = 1086.3$$

$$\hat{y}_3 = 892.3 + (3.88)\ (75) = 1183.3$$

Ahora estamoes en condiciones de calcular el mejor ajuste entre los modelos de 3 puntos, de 3 puntos y meseta y de 4 puntos y meseta.

## C. Determinación del Modelo de Mejor Ajuste

Para el efecto se debe usar el Formulario 3 y llenar la información necesaria.

Las fórmulas son:

| | |
|---|---|
| 3 puntos | 640.2 + 9.46 (x) |
| 3 + meseta | 668.8 + 8.31 (x) |
| 4 + meseta | 892.3 + 3.88 (x) |

Los rendimientos calculados $\hat{y}_o$, $\hat{y}_1$ y $\hat{y}_2$ para los tres modelos son los siguientes con los 3 puntos sobre la pendiente en los primeros dos casos y $\hat{y}_3$ en el último.

| | $y_o$ | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ |
|---|---|---|---|---|
| 3 puntos | 640 | 877 | 1113 | |
| 3 + meseta | 669 | 877 | 1084 | |
| 4 + meseta | 892 | 989 | 1086 | 1183 |

Anotar estos datos en el Formulario 3.

Los demás puntos están sobre la meseta, anotar estos datos en los espacios marcados con $\hat{y}_3$, $\hat{y}_4$, $\hat{y}_5$, y $\hat{y}_6$ o $\hat{y}_4$, $\hat{y}_5$ y $\hat{y}_6$, según el caso; luego, calcular las diferencias (df) y las diferencias al cuadrado $(df)^2$ y obtener las sumatorias de las desviaciones al cuadrado ($\Sigma d^2$).

---

El modelo de 3 puntos sobre la pendiente es el mejor para este ensayo

---

Luego la meseta final es: Y = a + (b) (x) = 640.2 + (9.46) (68.9) = 1292Kg de ajonjolí/ha.

La gráfica de la respuesta del ajonjolí a la aplicación de niveles crecientes de nitrógeno en la presencia de adecuadas cantidades de fósforo y de potasio, se puede apreciar en la Figura 21.

## VI CALCULO DE MODELOS DISCONTINUOS EN EXPERIMENTOS DE CAMPO CON MAS DE UN NUTRIMENTO

### 1. DEFINICIONES

Ecuación de regresión: Y = a + bx

a = rendimiento umbral, el promedio de rendimiento obtenido con el nivel de aplicación cero de nutrimento.

3. Formulario para cálculo de modelos discontinuos de respuesta vegetal al uso de fertilizantes y enmiendas al suelo

PROGRAMA DE FERTILIDAD DE SUELOS – CATIE – TURRIALBA, COSTA RICA

Identificación: RENDIMIENTOS DE AJONJOLI A NIVELES DE NITROGENO ICTA – GUATEMALA, 1973

Respuesta a: NITROGENO

| Modelo | Fórmula (a+b) | $\hat{Y}_0$ | $Y_0$ | df | $(df)^2$ | $\hat{Y}_1$ | $Y_1$ | df | $(df)^2$ | $\hat{Y}_2$ | $Y_2$ | df | $(df)^2$ | $\hat{Y}_3$ | $Y_3$ | df | $(df)^2$ | $\hat{Y}_4$ | $Y_4$ | df | $(df)^2$ | $\hat{Y}_5$ | $Y_5$ | df | $(df)^2$ | $\hat{Y}_6$ | $Y_6$ | df | $(df)^2$ | $\Sigma d^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 Puntos | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 Puntos | 640.2+9.46(x) | 640 | 637 | 3 | 9 | 877 | 883 | 6 | 36 | 1113 | 1110 | 3 | 9 | 1292 | 1327 | 35 | 1225 | 1292 | 1379 | 87 | 7569 | 1292 | 1221 | 71 | 5041 | 1292 | 1241 | 51 | 2601 | 16490 |
| 4 Puntos | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 + Máximo | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 + Máximo | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 + Máximo | 668.8+8.31(x) | 669 | 637 | 32 | 1024 | 877 | 883 | 6 | 36 | 1084 | 1110 | 26 | 676 | 1292 | 1327 | 35 | 1225 | 1292 | 1379 | 87 | 7569 | 1292 | 1221 | 71 | 5041 | 1292 | 1241 | 51 | 2601 | 18472 |
| 4 + Máximo | 892.3+3.88(x) | 892 | 637 | 255 | 65025 | 989 | 883 | 106 | 11236 | 1086 | 1110 | 24 | 576 | 1183 | 1327 | 144 | 20736 | 1280 | 1379 | 99 | 9801 | 1280 | 1221 | 59 | 3481 | 1280 | 1241 | 39 | 1521 | 112376 |

Identificación: _____ Respuesta a: _____

| Modelo | Fórmula (a+b) | $\hat{Y}_0$ | $Y_0$ | df | $(df)^2$ | $\hat{Y}_1$ | $Y_1$ | df | $(df)^2$ | $\hat{Y}_2$ | $Y_2$ | df | $(df)^2$ | $\hat{Y}_3$ | $Y_3$ | df | $(df)^2$ | $\hat{Y}_4$ | $Y_4$ | df | $(df)^2$ | $\hat{Y}_5$ | $Y_5$ | df | $(df)^2$ | $\hat{Y}_6$ | $Y_6$ | df | $(df)^2$ | $\Sigma d^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 Puntos | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 Puntos | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 Puntos | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 + Máximo | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 + Máximo | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 + Máximo | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 + Máximo | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Identificación: _____ Respuesta a: _____

| Modelo | Fórmula (a+b) | $\hat{Y}_0$ | $Y_0$ | df | $(df)^2$ | $\hat{Y}_1$ | $Y_1$ | df | $(df)^2$ | $\hat{Y}_2$ | $Y_2$ | df | $(df)^2$ | $\hat{Y}_3$ | $Y_3$ | df | $(df)^2$ | $\hat{Y}_4$ | $Y_4$ | df | $(df)^2$ | $\hat{Y}_5$ | $Y_5$ | df | $(df)^2$ | $\hat{Y}_6$ | $Y_6$ | df | $(df)^2$ | $\Sigma d^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 Puntos | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 Puntos | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 Puntos | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 + Máximo | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 + Máximo | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 + Máximo | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 + Máximo | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

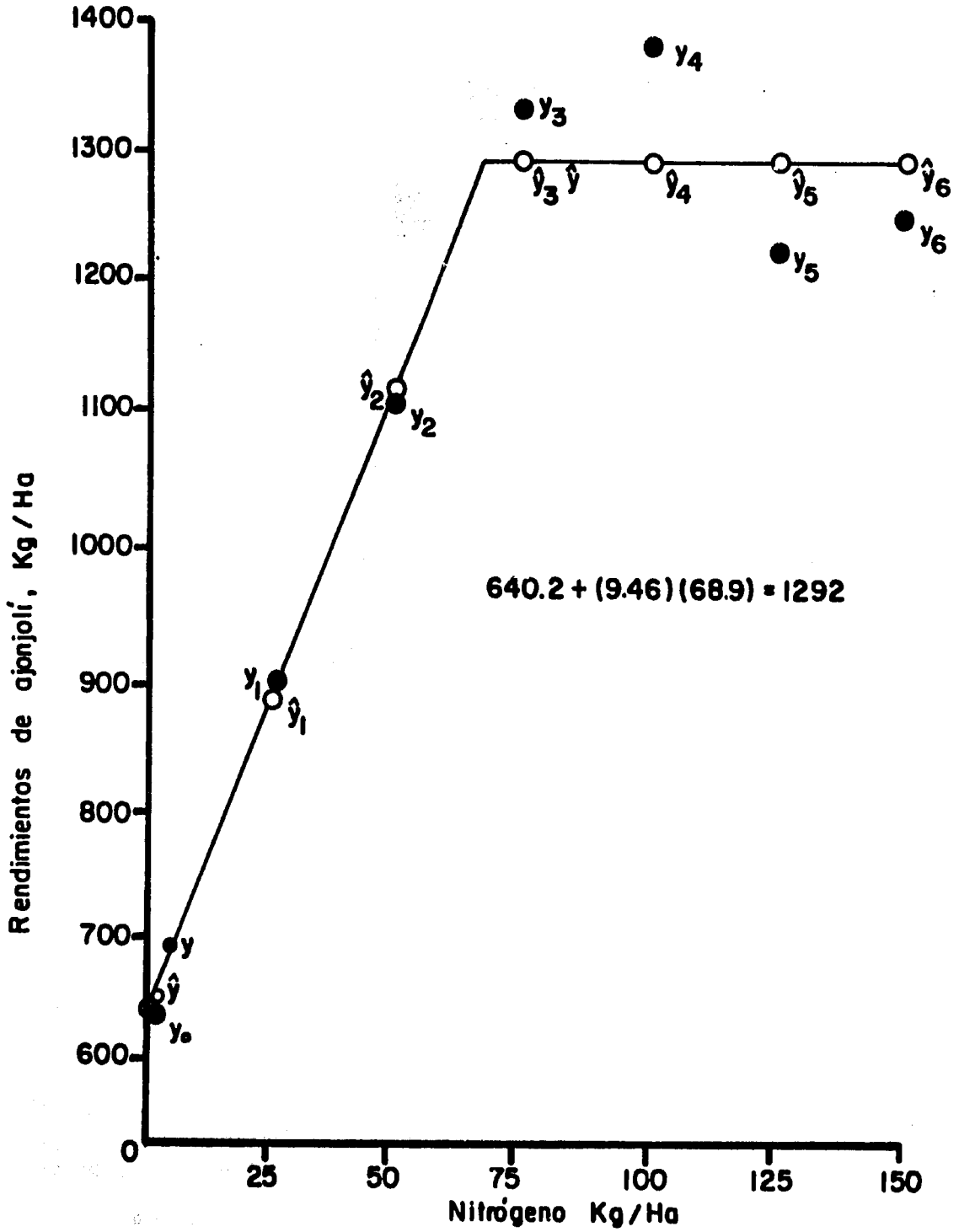



Fig. 21 Relación del rendimiento de ajonjolí con los niveles de nitrógeno. Usando los promedios observados y los rendimientos calculados con el modelo descontinuo de mejor ajuste

b = la cantidad de producto obtenido por cada cantidad de insumo aplicado, hasta alcanzar la meseta estable de rendimiento = pendiente.

X = la mínima cantidad de insumo requerido para lograr la meseta de rendimiento o máximo rendimiento estable, y

Y = meseta estable de rendimiento o máximo rendimiento estable.

$x_o$ .....$x_n$ = niveles de aplicación de insumo

$y_o$ .....$y_n$ = rendimientos observados a cada nivel de aplicación del insumo, x

$\hat{y}_o$ .....$\hat{y}_n$ = rendimientos calculados a cada nivel de aplicación del insumo, x

<u>Ejemplo:</u> para calcular la cantidad mínima de fertilizante, x, requerida para alcanzar la meseta de rendimiento, Y, $X = \frac{Y - a}{\ }$

## 2. PASOS A SEGUIRSE EN EL CALCULO

En el caso de que se estén estudiando dos o más nutrimentos en el mismo ensayo:

1) Calcular el rendimiento promedio obtenido en las repeticiones para cada nivel de nutrimento aplicado (a).

2) Hacer un gráfico de estos promedios de rendimiento obtenidos con cada nutrimento por tratamiento. Estos gráficos deberán colocarse preferentemente lado a lado, en la misma escala (b).

3) Eliminando todos aquellos rendimientos obtenidos con el nivel de cero de cualquier nutrimento, calcular el promedio de los rendimientos obtenidos con cada uno de los tratamientos restantes.

3) Esto es la "meseta provisional" (c). 3/

4) Usar una DLS para probar cada rendimiento promedio obtenido con cada tratamiento, incluyendo "cero" contra la "meseta provisional". Si no se dispone de una DLS ya calculada, sugerimos que se use 25% de la "meseta provisional" como una DLS (c).

5) Cualquier tratamiento que resulte significativo según el paso 4, no deberá entrar en la "meseta provisional". Eliminar los rendimientos que son significativamente diferentes, así como los rendimientos obtenidos en los tratamientos con cero de nutrimento y calcular una meseta nueva. Repetir los pasos 4 y 5 hasta que se establezca una meseta de rendimiento estable sobre la cual, los rendimientos obtenidos con diferentes tratamientos no difieran significativamente los unos de los otros (c).

6) Para cada nutrimento probar varios modelos que parezcan ser apropiados (d).

7) Comenzar la prueba de modelos con los datos para el nutrimento que parece tendrá el mayor número de puntos dentro de la pendiente.

8) Calcular la suma de cuadrados de las diferencias entre los rendimientos observados y los rendimientos calculados para cada tratamiento y para cada modelo que se pruebe (e). Adoptar el modelo

---

3/ Para casos donde hay más replicaciones en unos tratamientos que en otros, hay que dar el peso correcto para las observaciones. Por ejemplo: $x_2$, 2 replicaciones; $x_3$, 2 replicaciones; $x_4$, 6 replicaciones, $x_5$, 2 replicaciones y $x_6$, 2 replicaciones.

$$\frac{x_2 + x_2 + x_3 + x_3 + x_4 + x_4 + x_4 + x_4 + x_4 + x_4 + x_5 + x_5 + x_6 + x_6}{14}$$

8) que tenga la suma mínima de cuadrados de las diferencias entre los rendimientos observados y los rendimientos calculados por cada tratamiento; este será el modelo. Lo cual permite la descripción matemática más adecuada de la respuesta del cultivo a los tratamientos con fertilizantes (e). La única diferencia entre este caso y el anterior es que la meseta para todos los nutrimentos es la misma.

9) Cualquier punto que se use en la pendiente de cualquier nutrimento deberá eliminarse de la meseta.

a. Calcular los Rendimientos Promedios

En el Cuadro 5, se observa la respuesta del maíz a los niveles de nitrógeno y fósforo aplicados.

b. Hacer un Gráfico con los Promedios de Rendimiento

En la Fig. 22, se observa la gráfica de la respuesta del frijol a la aplicación de niveles crecientes de nitrógeno y fósforo.

c. Calcular la Meseta Provisional de Rendimiento

En el Cuadro 6, se presenta en forma resumida el cálculo de la meseta provisional del ensayo de frijol, en el cual se ha probado la respuesta del cultivo a varios niveles de aplicación de más de un nutrimento. Nótese que en el proceso matemático, algunos datos de rendimiento, los cuales fueron eliminados en un principio, están reintegrados a la meseta provisional final.

Como en el ensayo que se está usando como ejemplo, se estudian niveles de nitrógeno y fósforo, se calcularán a continuación los modelos para estos dos nutrimentos.

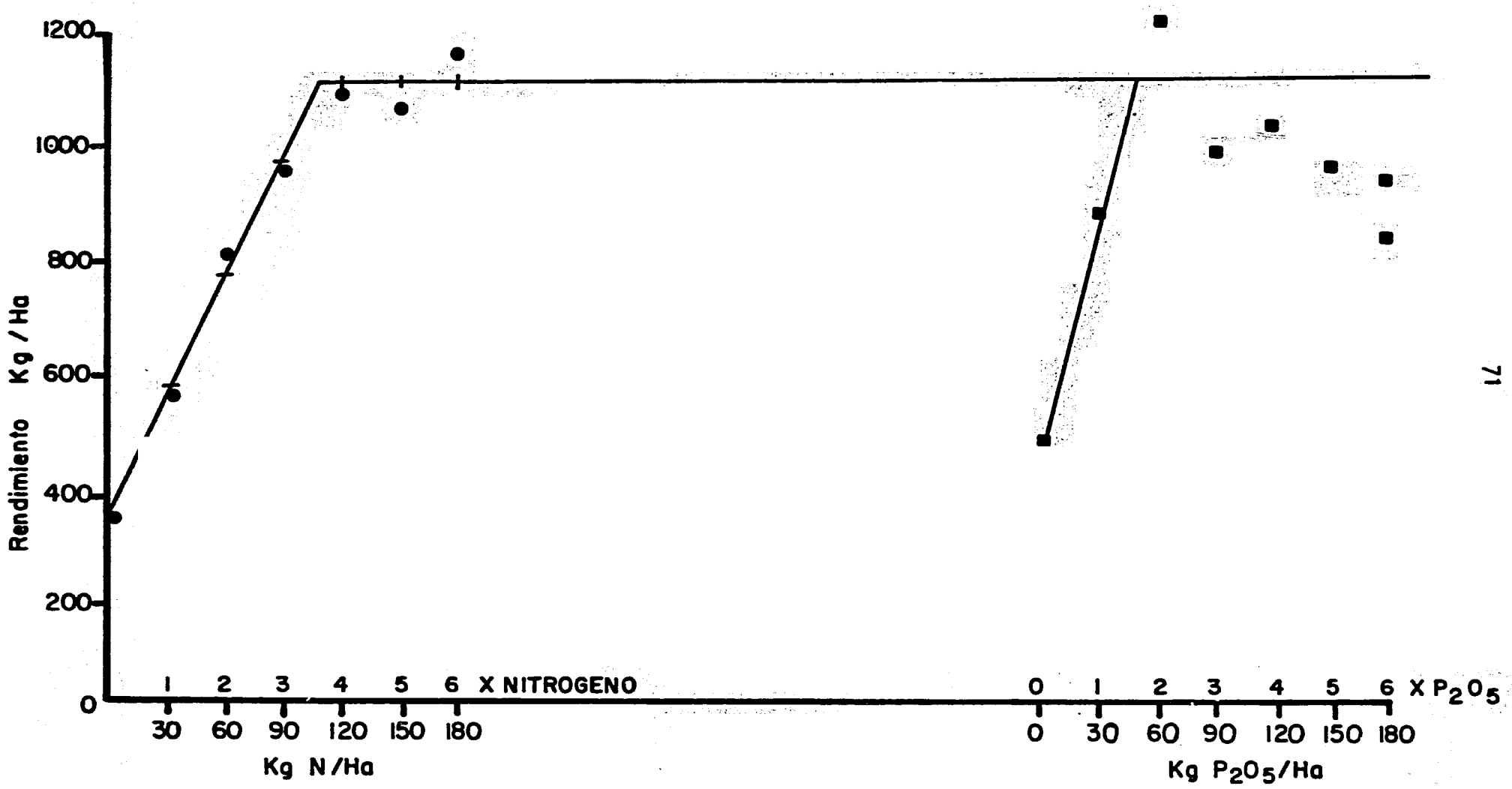



Fig. 22 Relación entre los rendimientos promedios de frijol y los niveles de nitrógeno y de fósforo. (La Carabina, Jutiapa, Guatemala, 1974)

Cuadro 5. Rendimientos promedios de frijol en Kg/ha*

| CODIGO | y, Rendimiento | CODIGO | x, nitrógeno Kg/ha |
|---|---|---|---|
| $yN_o$ | 340 | $xN_o$ | 0 |
| $yN_1$ | 556 | $xN_1$ | 30 |
| $yN_2$ | 808 | $xN_2$ | 60 |
| $yN_3$ | 952 | $xN_3$ | 90 |
| $yN_4$ | 1081 | $xN_4$ | 120 |
| $yN_5$ | 1058 | $xN_5$ | 150 |
| $yN_6$ | 1152 | $xN_6$ | 180 |
| | | | x, fósforo |
| $yP_o$ | 452 | $xP_o$ | 0 |
| $yP_1$ | 846 | $xP_1$ | 30 |
| $yP_2$ | 1189 | $xP_2$ | 60 |
| $yP_3$ | 952 | $xP_3$ | 90 |
| $yP_4$ | 1056 | $xP_4$ | 120 |
| $yP_5$ | 933 | $xP_5$ | 150 |
| $yP_6$ | 796 | $xP_6$ | 180 |

* Datos del Programa de Nutrición Vegetal de ICTA. La Carabina, Jutiapa, Guatemala. 1974.

Cuadro 6. Presentación resumida del cálculo de la meseta provisional de rendimiento, en un ensayo con más de un nutrimento.

| TRATAMIENTOS | | | RENDIMIENTOS (Kg/ha)* | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | $N_0$ | 340* | | | |
| 2 | | $N_1$ | 556* | | | |
| 3 | | $N_2$ | | 808 | 808 | 808 |
| 4 | | $N_4$ | 1081 | 1081 | 1081 | 1081 |
| 5 | | $N_5$ | 1058 | 1058 | 1058 | 1058 |
| 6 | | $N_6$ | 1152* | | +1152 | 1152 |
| 7 | | $P_0$ | 452* | | | |
| 8 | | $P_1$ | 846 | 846 | 846 | 846 |
| 9 | | $P_2$ | 1189* | | | +1189 |
| 10 | | $P_4$ | 1056 | 1056 | 1056 | 1056 |
| 11 | | $P_5$ | 933 | 933 | 933 | 933 |
| 12 | | $P_6$ | 796 | 796 | 796 | 796 |
| 13 | $N_3$ | $P_3$ | 952 | 952 | 952 | 952 |
| 14 | $N_0$ | $P_0$ | 171* | | | |
| 15 | $N_0$ | $P_6$ | 317* | | | |
| 16 | $N_6$ | $P_0$ | 537* | | | |
| 17 | | $K_1$ | 600* | | | |
| 18 | | $K_0$ | 573* | | | |
| | | | 11027/12 = $\bar{X}_{12}$ = | 7530/8 = $\bar{X}_8$ = | 8682/9 = $\bar{X}_9$ = | 9871/10 = $\bar{X}_{10}$ = |
| | | | meseta provisional = | 941.25 ± (.25)=235.3 | 964.67 ± (.25) = 241.2 | 987.10 ± (.25) = 246.8 |
| | | | 918.92 ±(.25) = 229.7 | 705.94 - 1176.56 | 723.50 - 1205.84 | 740.32 - 1233.88 |
| | | | 689.19 | | | |
| | | | | | | meseta provisional = 987.10 |

* Rendimientos de frijol al 14% de humedad. La Carabina, Jutiapa, Guatemala. Programa de Nutrición Vegetal del ICTA. 1974.

## d. Calcular los Modelos para el Nitrógeno

En el Cuadro 6, se presentan los datos de un ensayo de ICTA, Guatemala en donde se probaron niveles de dos elementos: el nitrógeno y el fósforo, para demostrar cómo establecer una meseta de rendimiento sin usar una computadora electrónica.

En este ensayo se utiliza una sola meseta de rendimiento con los dos nutrimentos: 987 Kg/ha.

### d-1. Modelo de Dos Puntos

Dos puntos $y_0$ y $y_1$ determinan la pendiente, la intersección entre la pendiente y la meseta está entre los niveles $x_1$ y $x_2$ (30-60 Kg/ha de N) de aplicación de nitrógeno.

La meseta provisional, Y = 987 Kg/ha.

$a = y_0 = 340$ Kg/ha = rendimiento umbral

$$b = \frac{Y_1 - Y_0}{x_1} = \frac{556 - 340}{30} = \frac{216}{30} = \underline{\underline{7.2}} \text{ Kg. Frijol/Kg nitrógeno}$$

$$\text{Fertilizante requerido} = \frac{Y \text{ meseta} - a}{b} = \frac{987 - 340}{7.2} = \frac{647}{7.2} = \underline{\underline{89.9}} \text{ KgN/ha.}$$

Este modelo no sirve porque este modelo exige que la cantidad de nitrógeno esté entre 30-60 Kg/ha de Nitrógeno.

### d-2. Modelo de Tres Puntos

Tres puntos, $Y_0$, $Y_1$, y $Y_2$ determinan la pendiente, la intersección entre la pendiente y la meseta, está entre los niveles $x_2$ y $x_3$ de aplicación de N.

| Nivel, N | x | y | xy | $x^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 340 | 0 | 0 |
| 1 | 30 | 556 | 16680 | 900 |
| 2 | 60 | 808 | 48480 | 3600 |
| N = 3 | $\Sigma x$ 90 | $\Sigma y$ 1704 | $\Sigma xy$ 65160 | $\Sigma x^2$ 4500 |
| $(\Sigma x)^2$ | 8100 | | | |

$$a = \frac{[(\Sigma x^2)\ (\Sigma y)] - [(\Sigma x)\ (\Sigma xy)]}{[(N)\ (\Sigma x^2)] - (\Sigma x)^2} = \frac{[(4500)\ (1704)] - [(90)\ (65160)]}{|(3)\ (4500)| - (8100)} =$$

$$a = \frac{7668000 - 5864400}{13500 - 8100} = \frac{1803600}{5400} = \underline{\underline{334}}$$ Kg. frijol/ha es el rendimiento calculado, $\hat{y}_0$ para el nivel cero de aplicación de nitrógeno, $x_0$.

$$b = \frac{[(N)\ (\Sigma xy)] - [(\Sigma x)\ (\Sigma y)]}{[(N)\ (\Sigma x^2)] - (\Sigma x)^2} = \frac{[(3)(65160)] - [(90)(1704)]}{[(3)(4500)] - 8100} = \frac{195480-153360}{13500-8100} =$$

$$b = \frac{42120}{5400} = \underline{\underline{7.8}}$$ Kg frijol/Kg nitrógeno

Hay que eliminar cualquier punto que se use en la pendiente, del cálculo de la meseta de rendimiento; así como cualquier rendimiento igual o menor que éstos. Para el modelo de 3 puntos, la meseta provisional nueva consistirá de:

$$\frac{\overset{N_4}{1081} + \overset{N_5}{1068} + \overset{N_6}{1152} + \overset{P_1}{846} + \overset{P_2}{1189} + \overset{P_4}{1056} + \overset{P_5}{933} + \overset{N_3P_3}{952}}{8} = \frac{8267}{8} = \underline{\underline{1033.4}}$$

Fertilizante requerido $X = \frac{Y - a}{b} = \frac{1033 - 334}{7.8} = \underline{\underline{89.7}}$ Kg/ha de N.

Este modelo puede servir.

Los 3 puntos en la pendiente se calculan así:

$\hat{y}_0 = a = 334$

$\hat{y}_1 = 334 + (7.8)\ (30) = 334 + 234 = 568$

$\hat{y}_2 = 334 + (7.8)\ (60) = 334 + 468 = 802$

d-3. Modelo de Cuatro Puntos

Cuatro puntos $y_0$, $y_1$, $y_2$, y $y_3$ determinan la pendiente, la intersección entre la pendiente y la meseta, está entre los niveles $x_3$ y $x_4$ de aplicación de nitrógeno.

Usar las mismas fórmulas que se usaron para el modelo de 3 puntos, con la adición del rendimiento al tercer nivel de aplicación de nitrógeno ($x_3$).

| Nivel,N | | x | | y | | xy | | $x^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | 0 | | 340 | | 0 | | 0 |
| 1 | | 30 | | 556 | | 16680 | | 900 |
| 2 | | 60 | | 808 | | 48480 | | 3600 |
| 3 | | 90 | | 952 | | 85680 | | 8100 |
| N = 4 | Σx | 180 | Σy | 2656 | Σxy | 150840 | $x^2$ | 12600 |
| | $(\Sigma x)^2$ | 32400 | | | | | | |

$$a = \frac{[(1260)(2656)] - [(180)(150840)]}{[(4)(12600)] - 32400} = \frac{33465600 - 27151200}{50400 - 32400} = \frac{6314400}{18000} = \underline{\underline{351}}$$

$$b = \frac{[(1)(150840)] - [(180)(2656)]}{[(4)(12600)] - 32400} = \frac{603360 - 478080}{50400 - 32400} = \frac{125280}{18000} = \underline{\underline{6.96}} \text{ Kg frijol/KgN}$$

Para el modelo de 4 puntos, la meseta provisional consistirá de:

$$\frac{\overset{N_4}{1081} + \overset{N_5}{1058} + \overset{N_6}{1152} + \overset{P_2}{1189} + \overset{P_4}{1056}}{5} = \frac{5536}{5} = \underline{\underline{1107.2}}$$

$$\text{Fertilizante requerido } X = \frac{1107.2 - 351}{6.96} = \underline{\underline{108.6}} \text{ Kg/ha de N.}$$

Este modelo sirve, porque el fertilizante requerido está dentro del rango de 90-120 Kg/ha, exigido para el uso de este modelo de 4 puntos.

Los 4 puntos sobre la pendiente son:

$$\hat{y}_0 = a = 351$$

$$\hat{y}_1 = 351 + (6.96)\ (30) = 351 + 208.8 = 559.8$$

$$\hat{y}_2 = 351 + (6.96)\ (60) = 351 + 417.6 = 768.6$$

$$\hat{y}_3 = 351 + (6.96)\ (90) = 351 + 626.4 = 977.4$$

d-4. Modelo de un Punto y la Meseta

Un punto $y_0$, y la meseta determinan la pendiente, la intersección entre la pendiente y la meseta está sobre el nivel uno de aplicación del nutrimento.

$$a = y_0 = 340$$

$$b = \frac{Y\ \text{meseta} - Y_0}{x_1} = \frac{987 - 340}{30} = \frac{647}{30} = \underline{\underline{21.5}} \text{ Kg frijol/Kg N.}$$

$$\text{Fertilizante requerido} = \frac{Y\ \text{meseta} - a}{b} = \frac{987 - 340}{21.5} = \frac{647}{21.5} = \underline{\underline{30}} \text{ Kg/ha N.}$$

d-5. Modelo de Dos Puntos y la Meseta

Dos puntos $y_0$ y $y_1$, y la meseta determinan la pendiente, la intersección entre la pendiente y la meseta está sobre el nivel dos de aplicación del nutrimento.

$$a = Y\ meseta - (b)\ (X_2) = 987 - [(12)\ (60)] = \underline{267} = \hat{y}_0$$

$$b = \frac{Y\ meseta - \frac{y_0 + y_1}{2}}{(1.5)(x_1)} \quad \frac{987 - \frac{340 + 556}{2}}{(1.5)(30)} = \frac{987-448}{45} = \frac{539}{45} = \underline{12.0}\ \text{Kg ajonjolí/Kg N.}$$

$$\text{Fertilizante requerido} = \frac{Y\ meseta - a}{b} = \frac{987 - 267}{12} = \underline{60}\ \text{Kg/ha de N.}$$

$$y_1 = 267 + (12.0)\ (30) = 627$$

d-6. Modelo de Tres Puntos y la Meseta

Tres puntos, $y_0$, $y_1$ y $y_2$ y la meseta determinan la pendiente, la intersección entre la pendiente y la meseta está sobre el nivel tres de aplicación del nutrimento.

Usar la meseta del modelo de 3 puntos, 1033.4

$$\text{Promedio de los 3 puntos sobre la pendiente} = \frac{y_0 + y_1 + y_2}{3} = \frac{1704}{3} = \underline{568}$$

$$a = Y\ meseta - (b)\ (X_3) = 1033 - /(7.75)\ (90)/ = 1033 - 697.5 =$$

$$\underline{335.5}\ \text{Kg frijol/ha} = \hat{y}_0$$

$$b = \frac{Y\ meseta - \frac{y_0 + y_1 + y_2}{3}}{(2)\ (x_1)} = \frac{1033 - 568}{(2)(30)} = \frac{465}{60} = \underline{7.75}\ \text{Kg frijol/Kg N}$$

$$\text{Fertilizante requerido} = \frac{Y\ \text{meseta} - a}{b} = \frac{1033 - 335.5}{7.75} = \underline{\underline{90}}\ \text{Kg/ha N}$$

$\hat{y}_0 = 335.5$

$\hat{y}_1 = 335.5 + (7.75)\ (30) = 568$

$\hat{y}_2 = 335.5 + (7.75)\ (60) = 800.5$

d-7. Modelo de Cuatro Puntos y la Meseta

Cuatro puntos $y_0$, $y_1$, $y_2$ y $y_3$ y la meseta determinan la pendiente, la intersección entre la pendiente y la meseta está sobre el nivel cuatro de aplicación del nutrimento.

Usar la meseta del modelo de 4 puntos, 1107,2

Y meseta = 1107.2 Kg/ha.

$$\text{Promedio de los 4 puntos sobre la pendiente} = \frac{340 + 556 + 808 + 952}{4} = \frac{2656}{4} = \underline{\underline{664}}$$

$a = Y\ \text{meseta} - (b)\ (X_4) = 1107.2 - |(5.9)(120)| = 1107 - 709 = 397.9\text{Kg.}$

frijol/Ha $= \hat{y}_0$

$$b = \frac{Y\ \text{meseta} - \left(\frac{y_0 + y_1 + y_2 + y_3}{4}\right)}{(2.5)(x_1)} = \frac{1107.2 - 664}{(2.5)(30)} = \frac{443.2}{75} = \underline{\underline{5.91}}\ \text{Kg frijol/KgN}$$

$$\text{Fertilizante requerido} = \frac{1107.2 - 397.9}{5.91} = \frac{709.3}{5.91} = \underline{\underline{120}}\ \text{Kg/ha N.}$$

$a + (b)\ (X) = 471 + (4.3)\ (X)$

$\hat{y}_0 = a = 397.9$

$\hat{y}_1 = 397.9 + [(5.91)\ (30)] = 575$

$\hat{y}_2 = 397.9 + [(5.91)\ (60)] = 752.5$

$\hat{y}_3 = 397.9 + [(5.91)\ (90)] = 930$

e. Determinación del Modelo de Mejor Ajuste para el Nitrogeno

Ahora estamos en condiciones de calcular el mejor modelo para la respuesta de frijol a los niveles de nitrógeno aplicados en este ensayo. Usar el Formulario 3 y llenar la información necesaria.

| MODELO | FORMULA | $Y_0$ | $Y_1$ | $Y_2$ | $Y_3$ | MESETA PROVISIONAL |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 puntos | no sirve | - | - | - | - | - |
| 3 puntos | 334+(7.8)(x) | 334 | 568 | 802 | | 1033 |
| 4 puntos | 351+(6.96)(x) | 351 | 560 | 769 | 977 | 1107.2 |
| 1 punto + máximo | 340+(21.5)(x) | 340 | - | - | - | 987 |
| 2 puntos + máximo | 267+(12)(x) | 267 | 627 | - | - | 987 |
| 3 puntos + máximo | 335.5+(7.75)(x) | 335.5 | 568 | 800.5 | - | 1033.4 |
| 4 puntos + máximo | 398+(5.91)(x) | 398 | 575 | 752.5 | 930 | 1107.2 |

El modelo de 4 puntos sobre la pendiente es el mejor, porque cumple el requisito de que el fertilizante requerido está dentro del rango de los tratamientos $x_3$ y $x_4$ y porque la suma de sus desviaciones es mínima.

f. Calcular los Modelos para el Fósforo

Se hace con los niveles de fósforo y rendimientos de frijol en este ensayo, usando la misma meseta encontrada para el nitrógeno, 1107 Kg frijol/ha

f-1. Modelo de Dos Puntos

La intersección debe estar entre niveles 1 y 2 de aplicación o sea 30-60 Kg $P_2O_5$/ha.

y meseta - 1107

$a = y_0 = 452$ Kg/ha

$$b = \frac{y_1 - y_0}{X_1} = \frac{846 - 452}{30} = \frac{394}{30} = \underline{\underline{13.13}} \text{ Kg frijol/Kg } P_2O_5$$

$$\text{Fertilizante requerido} = \frac{Y \text{ meseta} - a}{b} = \frac{1107 - 452}{13.13} = \frac{655}{13.13} = \underline{\underline{49.9}} \text{ Kg/ha } P_2O_5$$

$$a + (b)\ (X) \text{ para el } x_1 = 452 + [(13.13)(30)] = 452 + 394 = \underline{\underline{846\ \hat{y}_1}}$$

f-2. Modelos de Tres Puntos

La intersección debe estar entre nivel 2 y 3 de aplicación o sea 60-90 Kg $P_2O_5$/ha.

| Nivel | x | y | xy | $x^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 452 | 0 | 0 |
| 1 | 30 | 846 | 25380 | 900 |
| 2 | 60 | 1189 | 71340 | 3600 |
| N=3 $\Sigma x$ | 90 $\Sigma y$ | 2487 $\Sigma xy$ | 96720 $\Sigma x^2$ | 4500 |
| $(\Sigma x)^2$ 8100 | | | | |

$$a = \frac{[(\Sigma x^2)\ (\Sigma y)] - [(\Sigma x)\ (\Sigma xy)]}{[(N)\ (\Sigma x^2)] - (\Sigma x)^2} = \frac{[(4500)\ (2487)] - [(90)\ (96720)]}{[(3)\ (4500)] - (8100)} =$$

$$a = \frac{11191500 - 874800}{13500 - 8100} = \frac{2486700}{5400} = \underline{\underline{460.5}} \text{ Kg frijol/ha} = \hat{y}_0$$

$$b = \frac{[(N)\ (\Sigma xy)] - [(\Sigma x)\ (\Sigma y)]}{[(N)\ (\Sigma x^2)] - (\Sigma x)^2} = \frac{[(3)\ (96720)] - [(90)\ (2487)]}{(3)\ (4550) - 8100} =$$

$$b = \frac{290160 - 223830}{13500 - 8100} = \frac{66330}{5400} = \underline{\underline{12.28}} \text{ Kg frijol/Kg } P_2O_5$$

$$\text{Fertilizante requerido} = \frac{Y \text{ meseta} - a}{b} = \frac{1107 - 4605}{12.28} = \frac{646.5}{12.28} = \underline{\underline{52.6}} \text{ Kg/ha } P_2O_5$$

Este modelo no sirve

f-3. Modelo de Cuatro Puntos

(90-120 Kg/ha para intersección)

| Nivel | x | y | xy | $x^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 452 | 0 | 0 |
| 1 | 30 | 846 | 25380 | 900 |
| 2 | 60 | 1189 | 71340 | 3600 |
| 3 | 90 | 952 | 85680 | 8100 |
| N=4 $\Sigma x$ | 180 | $\Sigma y$ 3439 | $\Sigma xy$ 182400 | $\Sigma x^2$ 12600 |
| $(\Sigma x)^2$ 32400 | | | | |

$$a = \frac{[(12600)(3439)] - [(180)(182400)]}{[(4)(12600)] - 32400} = \frac{43331400 - 32832000}{50400 - 32400} = \frac{10499400}{18000} = \underline{\underline{583}}$$

Kg frijol/ha = $\hat{y}_0$

$$b = \frac{[(4)(182400)] - [(180)(3439)]}{[(4)(12600)] - 32400} = \frac{729600 - 619020}{50400 - 32400} = \frac{110580}{18000} = \underline{\underline{6.14}} \text{ Kg frijol/Kg } P_2O_5$$

$$\text{Fertilizante requerido} = \frac{Y \text{ meseta} - a}{b} = \frac{1107 - 583}{6.14} = \underline{\underline{85.3}} \text{ Kg/ha } P_2O_5$$

Este modelo no sirve.

f-4 Modelo de un Punto y la Meseta (1 + Máximo)

$a = y_0 = 452$

$$b = \frac{Y\ meseta - y_0}{x_1} = \frac{1107\ 452}{30} = \frac{655}{30} = \underline{\underline{21.8}}\ Kg\ frijol/Kg\ P_2\ O_5$$

$$Fertilizante\ requerido = \frac{Y\ meseta - a}{b} = \frac{1107 - 452}{21.8} = \underline{\underline{30}}\ Kg/ha\ P_2\ O_5$$

f-5. Modelo de Dos Puntos y la Meseta (2 + Máximo)

$$a = Y\ meseta - (b)\ (x_2) = 1107 - (10.18)\ (60) = \underline{\underline{496.2}}\ Kg\ frijol/ha = y_0$$

$$b = \frac{Y\ meseta - \left(\frac{y_0 + y_1}{2}\right)}{(1.5)(x_1)} = \frac{\left(1107 - \frac{452 + 846}{2}\right)}{(1.5)(30)} = \frac{458}{45} = \underline{\underline{10.18}}\ Kg\ frijol/Kg\ P_2O_5$$

$$Fertilizante\ requerido = \frac{Y\ meseta - a}{b} = \underline{\underline{60}}\ Kg/ha\ P_2\ O_5$$

$\hat{y}_0 = 496.2$

$\hat{y}_1 = 496.2 + (10.18)\ (30) = 801.6$

f-6. Modelo de Tres Puntos y la Meseta (3 + Máximo)

$$Promedio\ de\ los\ 3\ puntos\ sobre\ la\ pendiente = \frac{y_0 + y_1 + y_2}{3} = \frac{452+846+1189}{3} = \underline{\underline{829}}$$

$$a = Y\ meseta - (b)\ (x_3) = 1107 - (4.6)\ (60) = \underline{\underline{831}}\ Kg\ frijol/ha = \hat{y}_0$$

$$b = \frac{Y\ meseta - \left(\frac{y_0 + y_1 + y_2}{3}\right)}{(2)(X_1)} = \frac{1107 - 829}{(2)(30)} = \frac{278}{60} = \underline{\underline{4.6}}\ Kg\ frijol/Kg\ P_2O_5$$

$$Fertilizante\ requerido = \frac{1107 - 831}{4.6} = \underline{\underline{60}}\ Kg/ha\ P_2\ O_5$$

$\hat{y}_0 = 831$

$\hat{y}_1 = 831 + (4.6)\ (30) = 969$

$\hat{y}_2 = 831 + (4.6)\ (60) = 1107$

f-7. Modelo de Cuatro Puntos y la Meseta (4 + Máximo)

Promedio de los 4 puntos sobre la pendiente = $\frac{y_0 + y_1 + y_2 + y_3}{4} = \frac{452+846+1189+}{4}$ 952 = 860

a = Y meseta - (b) $(x_4)$ = 1107 - (2.74)(90) = 860.4 Kg frijol/ha $\hat{y}_0$

b = $\frac{\text{Y meseta - promedio 4 puntos}}{(3)(x_1)} = \frac{1107 - 860}{90} = 2.74$ Kg frijol/Kg $P_2O_5$

Fertilizante requerido = 1107 - 860 = 90 Kg/ha $P_2O_5$

$\hat{y}_0 = 860$

$\hat{y}_1 = 860 + (2.74)\ (30) = 942$

$\hat{y}_2 = 860 + (2.74)\ (60) = 1024$

$\hat{y}_3 = 860 + (2.74)\ (90) = 1107$

g. Determinación del Modelo de Mejor Ajuste para el Fósforo

Para el cálculo del mejor modelo para la respuesta de frijol a los niveles de fósforo aplicados en presencia de adecuado nitrógeno en este ensayo, usar el Formulario 3 y llenar la información necesaria.

| MODELO | FORMULA | $\hat{y}_0$ | $\hat{y}_1$ | $\hat{y}_2$ | $\hat{y}_3$ | MESETA PROVISIONAL |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 puntos | 452+(13.13)(x) | 452 | 846 | - | - | 1107 |
| 3 puntos | no sirve | - | - | - | - | - |
| 4 puntos | no sirve | - | - | - | - | - |
| 1 + máximo | 452+(21.8)(x) | 452 | - | - | - | 1107 |
| 2 + máximo | 496+(10.18)(x) | 496 | 802 | - | - | 1107 |
| 3 + máximo | 831 + (4.6) (x) | 831 | 969 | 1107 | - | 1107 |
| 4 + máximo | 860+(2.74) (x) | 860 | 942 | 1024 | 1107 | 1107 |

3. Formulario para cálculo de modelos discontinuos de respuesta vegetal al uso de fertilizantes y enmiendas al suelo — PROGRAMA DE FERTILIDAD DE SUELOS – CATIE – TURRIALBA, COSTA RICA

Identificación: Rendimientos de frijol con niveles de nitrógeno y fósforo en Jutiapa, Guatemala, 1974 (ICTA) Respuesta a: Nitrógeno

| Modelo | Fórmula (a+b) | $\hat{Y}_0$ | $Y_0$ | df | $(df)^2$ | $\hat{Y}_1$ | $Y_1$ | df | $(df)^2$ | $\hat{Y}_2$ | $Y_2$ | df | $(df)^2$ | $\hat{Y}_3$ | $Y_3$ | df | $(df)^2$ | $\hat{Y}_4$ | $Y_4$ | df | $(df)^2$ | $\hat{Y}_5$ | $Y_5$ | df | $(df)^2$ | $\hat{Y}_6$ | $Y_6$ | df | $(df)^2$ | $\Sigma d^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 Puntos | – | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | – |
| 3 Puntos | 334+(7.8)(X) | 334 | 340 | 6 | 36 | 568 | 556 | 12 | 144 | 802 | 808 | 6 | 36 | 1033 | 952 | 81 | 6561 | 1033 | 1081 | 48 | 2304 | 1033 | 1058 | 25 | 625 | 1033 | 1152 | 119 | 14161 | 23867 |
| 4 Puntos | 351+(6.96)(X) | 351 | 340 | 11 | 121 | 560 | 556 | 4 | 16 | 769 | 808 | 39 | 1521 | 977 | 952 | 25 | 625 | 1107 | 1081 | 26 | 676 | 1107 | 1058 | 49 | 2401 | 1107 | 1152 | 45 | 2025 | 7385 |
| 1 + Máximo | 340+(21.5)(X) | 340 | 340 | 0 | 0 | 987 | 556 | 431 | 185761 | 987 | 808 | - | | 987 | 952 | | | 987 | | | | | | | | | | | | – |
| 2 + Máximo | 267+(12)(X) | 267 | 340 | 73 | 5329 | 627 | 556 | 71 | 5041 | 887 | 808 | 179 | 32041 | 987 | 952 | 35 | 1125 | 987 | 1081 | 94 | 8836 | 987 | 1058 | 71 | 5041 | 987 | 1152 | 165 | 27225 | 84638 |
| 3 + Máximo | 335.5+(7.75)(X) | 335 | 340 | 45 | 20 | 568 | 556 | 12 | 144 | 3005 | 808 | 75 | 56 | 1033 | 952 | 81 | 6561 | 1033 | 1081 | 48 | 2304 | 1033 | 1058 | 25 | 625 | 1033 | 1152 | 119 | 14161 | 23871 |
| 4 + Máximo | 398+(5.91)(X) | 398 | 340 | 58 | 3364 | 575 | 556 | 19 | 361 | 7525 | 808 | 555 | 3080 | 930 | 952 | 22 | 484 | 1107 | 1081 | 26 | 676 | 1107 | 1058 | 49 | 2401 | 1107 | 1152 | 45 | 2035 | 12391 |

Identificación: Respuesta a: Fósforo

| Modelo | Fórmula (a+b) | $\hat{Y}_0$ | $Y_0$ | df | $(df)^2$ | $\hat{Y}_1$ | $Y_1$ | df | $(df)^2$ | $\hat{Y}_2$ | $Y_2$ | df | $(df)^2$ | $\hat{Y}_3$ | $Y_3$ | df | $(df)^2$ | $\hat{Y}_4$ | $Y_4$ | df | $(df)^2$ | $\hat{Y}_5$ | $Y_5$ | df | $(df)^2$ | $\hat{Y}_6$ | $Y_6$ | df | $(df)^2$ | $\Sigma d^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 Puntos | 452+(13-13)(X) | 452 | 452 | 0 | 0 | 846 | 846 | 0 | 0 | 1107 | 1189 | 82 | 6724 | 1107 | 952 | | | 1107 | 1056 | | | 1107 | 933 | | | 1107 | 796 | | | |
| 3 Puntos | – | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 Puntos | – | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 + Máximo | 452+(21.8)(X) | 452 | 452 | 0 | 0 | 1107 | 846 | 261 | | 1107 | 1189 | 82 | 6724 | 1107 | 952 | | | 1107 | 1056 | | | 1107 | 933 | | | 1107 | 796 | | | |
| 2 + Máximo | 496+(10.18)(X) | 496 | 452 | 44 | | 802 | 846 | 44 | | 1107 | 1189 | 82 | 6724 | 1107 | 952 | | | 1107 | 1056 | | | 1107 | 933 | | | 1107 | 796 | | | |
| 3 + Máximo | 831+(4.6)(X) | 831 | 452 | 379 | | 969 | 846 | 123 | | 1107 | 1189 | 82 | 6724 | 1107 | 952 | | | 1107 | 1056 | | | 1107 | 933 | | | 1107 | 796 | | | |
| 4 + Máximo | 860+(2.74)(X) | 860 | 452 | 408 | | 942 | 846 | 96 | | 1024 | 1189 | 165 | 27225 | 1107 | 952 | | | 1107 | 1056 | | | 1107 | 933 | | | 1107 | 796 | | | |

Identificación: Respuesta a:

| Modelo | Fórmula (a+b) | $\hat{Y}_0$ | $Y_0$ | df | $(df)^2$ | $\hat{Y}_1$ | $Y_1$ | df | $(df)^2$ | $\hat{Y}_2$ | $Y_2$ | df | $(df)^2$ | $\hat{Y}_3$ | $Y_3$ | df | $(df)^2$ | $\hat{Y}_4$ | $Y_4$ | df | $(df)^2$ | $\hat{Y}_5$ | $Y_5$ | df | $(df)^2$ | $\hat{Y}_6$ | $Y_6$ | df | $(df)^2$ | $\Sigma d^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 Puntos | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 Puntos | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 Puntos | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 + Máximo | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 + Máximo | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 + Máximo | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 + Máximo | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

El modelo de dos puntos sobre la pendiente es el mejor.

El fósforo era menos limitante que el nitrógeno, la diferencia en rendimiento con 120 Kg de nitrógeno en la presencia de 50 Kg de $P_2O_5$ fue 1107 - 398 = 709 Kg de frijol por hectárea.

Si el valor del kilo de frijol es de \$1.25 y \$2.00 es el costo por kilo de nitrógeno y \$3.00 el costo por kilo de $P_2O_5$, el valor del frijol será (709) (1.25) = \$886 y del nitrógeno más el $P_2O_5$ \$218 + \$150 = \$368. La relación beneficio/costo será 886/368 = 2.41 la cual justifica la inversión en fertilizantes en este caso.

Estos mismos datos fueron analizados usando el modelo cuadrático, la comparación de resultados es de interés:

| VARIABLE | MODELO CUADRATICO | MODELO DISCONTINUO |
|---|---|---|
| Máximo Rendimiento estable | 1129 | 1107 |
| Nitrógeno necesario | 173 | 109 |
| $P_2O_5$ necesario | 101 | 50 |

Se observa que a pesar de que el rendimiento máximo estable obtenido con los dos modelos es bastante similar, sin embargo, las dosis de nitrógeno y fósforo difieren notablemente. Lo cual indica en este caso, que la dosis estimada con el modelo discontinuo es más económica.

Se ha presentado aquí, una forma sencilla de interpretar la respuesta de los cultivos en experimentos con fertilizantes. La adecuada concepción de los experimentos y la apropiada interpretación de los mismos, pueden significar el éxito o fracaso de un programa de fertilidad de suelos. De allí, que se recomienda usar frecuentemente este manual.

## REFERENCIAS


1. ANDERSON, R.L. and L.A. NELSON. 1971. Some problems in the estimation of single nutrient response functions. Reprint No. 244 Inst. of Statistics. North Carolina State University, Raleigh, N.C.

2. BARTHOLOMEW, W.W. 1972. Soil Nitrogen - Supply processes and crop requirements, Tech. Bull. No. 6. ISFEL series, North Carolina State University, Raleigh, N.C.

3. BOX, G.E.P. and J.S. HUNTER. 1957. Multifactor experimental designs for exploring response surface. Ann. Math. Stat. 28:195-241

4. BOYD, D.A. 1970. Some recent ideas on fertilizer response curces. P Paper presented at Congress of Antives on Role of Fertilization in the Intensification of Agricultural Production. Copyright: International Potash Institute, Berne, Switzerland.

5. CADY, F.B. and R.J. LAIRD. 1973. Treatment design for Fertilizer Use. Experimentation CIMMYT. Res. Bull. No. 26. Mexico.

6. CATE jr. R.B., and L.A. NELSON. 1965. A rapid metjod for correlation of soil test analysis with plant response data. Technical Bulletin No. 1. International Soil Testing N.C.S.V. Raleigh, N.C.

7. FITTS, J.W. 1955. Using soil tests to predict a probable response from fertilizer application. Better Crops with Plant. Food Review, 5(2):10-12

8. MARTINEZ, A. 1972. Métodos estadísticos en relación con el uso económico de los fertilizantes. Fitotecnia Latinoamericana 8:51-56.

9. MONTAÑO, J. 1972. Empleo del diseño central rotable en experimentos de fertilización. Fitotecnia Latinoamericana. 8:9-21.

10. NELSON, L.A. 1977. Técnicas de Parcelación y Diseños Experimentales: Principios y Aplicaciones. North Carolina State University. Raleigh, N.C.

11. SWANSON, E.R. 1963. The static theory of the firm and three laws of plant growth. Soil Sci. 95:338-343.

12. TURRENT, A. y R.J. LAIRD. 1973. Matrices Plan Puebla. Colegio de Postgraduados, Escuela Nacional de Agricultura. Chapingo. Mexico.

13. WAUGH, D.L. CATE, Jr., R.B. y NELSON, L.A. 1973. Modelos discontinuos para una rápida correlación, interpretación y utilización de los datos de análisis de suelos y las respuestas a los fertilizantes. Boletín Técnico No. 7. Series ISFEI, North Carolina State University, Raleigh, N.C.

14. WAUGH, D.L., CATE, Jr. R.B., NELSON, L.A. y MANZANO. 1974. Nuevos conceptos en la interpretación biológica y económica de la respuesta a los fertilizantes. En "Manejo de Suelos en América Tropical". Consorcio de Universidades de Suelos Tropicales. North Carolina State University. Raleigh, N.C.

JLW/WB/idev

9/3/78